

第2章 伝送線路理論の基礎

2.1 集中定数回路の限界

電磁界の巨視的な挙動は、マックスウェルの方程式で支配されます。本来、回路動作もマックスウェルの方程式を展開して考えなければならないのですが、現実には、複雑すぎて取り扱いができません。

そこで、回路動作などを記述するのに、集中定数回路 (lumped circuit) という前提で回路を表現します。これは、一般的に回路図と言われているものです。理想的とは言えないまでも、この集中定数回路の考え方を取らなければ、電子機器やデバイスの回路機能、動作などを表現できないでしょうし、ましてや効率的な設計などは不可能です。

はじめに、集中定数回路の前提を確認しておきたいと思います。

(集中定数回路の前提)

- 1) 全ての素子、配線には、寸法 (長さ、大きさ、太さなど) がない。
- 2) グラウンドは理想グラウンドである。
- 3) 電源は理想グラウンドである。
- 4) 全ての電界はコンデンサの中に閉じ込められている。
- 5) 全ての磁界はインダクタの中に閉じ込められている。
- 6) 全ての損失は抵抗の中に閉じ込められている。
- 7) 素子両端の電位差は素子の中に閉じ込められている。

あらためて、集中定数回路の前提を確認すると、低周波領域では本前提がそれほど問題とはならないことがわかります。例えば、電気信号の波長に対して、配線やデバイスの寸法が非常に小さい場合、その寸法の影響は、ほぼ無視できるし、配線を伝搬する時間の影響もほぼ無視できます。

ところが、電気信号が高速、高周波化した場合には、すこし事情が変わってきます。例えば、配線やデバイスの寸法が、電気信号の波長に対して相対的に考慮せざるを得ない大きさとなった場合、配線やデバイス部での位置によって電磁界の分布は変化しています。また、配線を伝搬する時間の影響も無視できなくなってきました。

表 2-1 に、周波数と真空中、および誘電体中 ($\epsilon_r=4.7$) の波長を示します。ここで、誘電体中 ($\epsilon_r=4.7$) は、プリント板の絶縁体として一般に用いられる FR-4 材を想定しています。

表 2-1 周波数と真空中、および誘電体中 ($\epsilon_r=4.7$) の波長

周波数	真空中の波長	誘電体中 ($\epsilon_r=4.7$) の波長
100kHz	3km	1.38km
1MHz	300m	138m
10MHz	30m	13.8m
100MHz	3m	1.38m
1GHz	30cm	13.8cm
10GHz	3cm	1.38cm

信号の波長が無視できなくなる領域は、状況によって異なりますが、一般に、(波長)/20程度以下の寸法であれば、どのような状況でも無視できると考えてかまいません。100MHzの場合、誘電体中 ($\epsilon_r=4.7$) の波長は、1.38m ですが、(波長)/20 では、6.9cm となります。一般の電子機器では、100MHz 近辺から、考慮する必要が出てくるのがわかります。なお、ここで想定すべき周波数は、信号の基本周波数のみではなく、信号の持つ周波数成分全てが対象となることに注意して下さい。

2. 2 分布定数回路 — 連続で一様な線路の伝送特性

集中定数回路という前提で回路を表現できなくなれば、どのように考えればよいのでしょうか。最終的に、マックスウェルの方程式に戻って考えなければならぬにしても、これでは現実的ではありません。

通常、電子回路の中で、最も寸法の大きなもの、あるいは長いものは、デバイス間の配線です。まずは、デバイス間の配線を簡単に取り扱うことができれば、かなりの問題がクリアできるはずです。

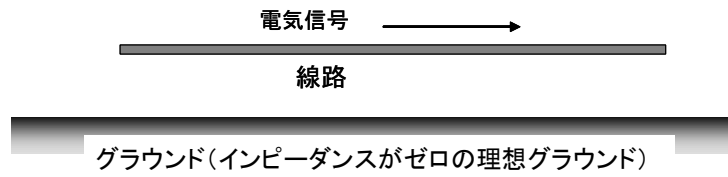
2 本線路で、電磁界を定める特性がその着目している線路部分で、一様であるとされる場合には、1次元で考えることができます。すなわち長さ方向の電磁界の分布のみに着目して、伝送特性を取り扱うことができます。このような回路を分布定数回路 (distributed parameter circuit) と呼びます。

2. 2. 1 分布定数線路の基本 電信方程式

グラウンド上に配置された図 2-1 (1) のような線路を考えます。なお、グラウンドはインピーダンスがゼロの理想グラウンドです。なお、平衡 2 本線路の場合には、線路間の中心面をグラウンドとみなして、同様に考えることができます。

線路に交流が流れる場合、発生する磁界により、電流の流れを制限します。すなわち、直列にインダクタンスがあることと等価になります。また、隣接する導体には、容量結合で電荷の移動が発生します。すなわち、並列にキャパシタンスがあることと等価になります。そして、それぞれに損失がある場合には、直列に抵抗、並列にアドミタンスがあることと等価になります。直観的にも明らかだと思いますが、線路の等価回路は、図 2-1 (2) のようになります。

(1)分布定数線路 ー線路上で、電磁界を定める特性が一様



(2)分布定数線路の等価回路

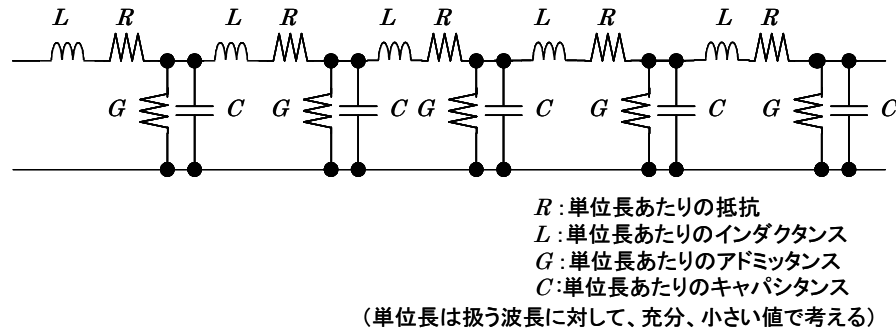


図 2-1 分布定数線路とその等価回路

分布定数線路で、線路上で信号が進む方向を x 方向とし、図 2-2 の線路の微小部分に着目します。線路上の位置 x 、時間 t での電圧を $V(x, t)$ 、電流を $I(x, t)$ とすると位置 x と ($x + \text{微小線素 } \Delta x$) での線路上の電圧と電流は

$$V(x, t) - (V(x, t) + \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} dx) = L dx \frac{\partial I(x, t)}{\partial t} + R dx \cdot I(x, t) \quad (2.1)$$

$$I(x, t) - (I(x, t) + \frac{\partial I(x, t)}{\partial x} dx) = C dx \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} + G dx \cdot V(x, t) \quad (2.2)$$

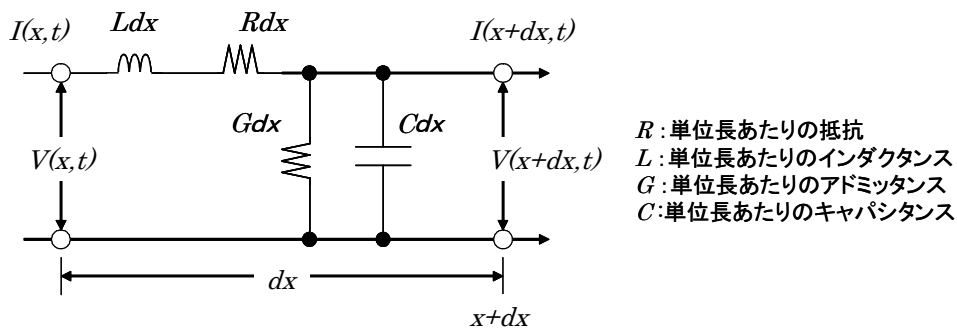


図 2-2 分布定数線路の電圧と電流

この偏微分方程式は電信方程式 (telegrapher's equation) と呼ばれ、特別な条件以外では、解析的に厳密解を得ることはできません。電信方程式の解が得られるのは、定常正弦波の場合と定常で無損失の場合です。定常正弦波の場合の解については、次に解説します。定常で無損失の場合には、ここでは触れませんが、波動方程式となり、一般解が求められています。

(1) 定常正弦波の場合

電圧、電流が定常正弦波の場合、フェザー表示で $d/dt=j\omega$ と置き換えができ、常微分方程式となります。これについては、解析解を求めることができ、以下のようになります。

位置 x での電圧 $V(x)$ 、電流 $I(x)$ は以下のように表されます。ここで、 V_i は、前進する (図 2-2 で左→右へ進行する) 信号の電圧、 V_r は後進する (反対方向に進む) 信号の電圧です。

$$V(x) = V_i \cdot \exp(-\gamma x) + V_r \cdot \exp(+\gamma x) \quad (2.3)$$

$$I(x) = \left(\frac{V_i}{Z_0}\right) \cdot \exp(-\gamma x) - \left(\frac{V_r}{Z_0}\right) \cdot \exp(+\gamma x) \quad (2.4)$$

ここで、

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad [\Omega] \quad (2.5)$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad [\text{m}^{-1}] \quad (2.6)$$

なお、 Z_0 は特性インピーダンス (characteristic impedance)、 γ は伝搬定数 (propagation constant) と呼びます。

2.2.2 特性インピーダンス、伝搬定数

次に、特性インピーダンス、伝搬定数は、どのような意味を持つか、考えてみましょう。

(1) 特性インピーダンス

特性インピーダンスは、線路上の電圧と電流の関係を定めるものです。線路での電磁界特性は一様であるため、線路部分のどの位置でも同じ値となります。

(2) 伝搬定数

伝搬定数は、線路上の位置と電圧、あるいは電流の関係を定める定数であり、値は複素数となります。

実数部は、数学上は、線路上の位置の変化に対し、電圧、あるいは電流が単調増加、あるいは単調減少の程度を示します。波の進行に伴い、エネルギーが増加することはありませんから、実際には、負の値のみとなり減衰の程度を示します。

虚数部は、波の繰り返しの程度を示します。繰り返しの程度が短い、すなわち周波数が高い場合には、大きな値となります。

(3) 無損失の場合の特性インピーダンスと伝搬定数

通常、線路が無損失と仮定できる領域、すなわち R, G が無視できる周波数領域 ($\omega L \gg R$, $\omega C \gg G$) では、

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \quad [\Omega] \quad \gamma \approx j\omega\sqrt{LC} = j\frac{\omega}{v_p} = j\frac{2\pi}{\lambda} \quad [\text{m}^{-1}] \quad (2.7)$$

と考えて差し支えありません。特性インピーダンスは実数、伝搬定数は虚数となります。なお、ここで、 v_p は位相速度（伝送線路を信号が伝わる見かけ上の速度）、 λ は伝送線路上の波長です。

特性インピーダンスは、 50Ω などとあたかも抵抗のように表されます。このため、抵抗のように、エネルギーが消費されるように思いがちですが、あくまでも線路上の電圧と電流の関係を定めるものです。混同しないようにして下さい。

2. 2. 3 損失が伝送特性に与える影響

(1) 線路上の電圧と電流の関係

線路が無損失とみなせない領域では、特性インピーダンスは複素数です。(2.5)式そのままではわかりにくいので、複素数となる特性インピーダンスを絶対値と偏角として表すことにします。

$$|Z_0| = \sqrt[4]{\frac{R^2 + (\omega L)^2}{G^2 + (\omega C)^2}} \quad (2.8)$$

$$\arg(Z_0) = \frac{1}{2} \cdot (a \tan(\frac{\omega L}{R}) - a \tan(\frac{\omega C}{G})) \quad (2.9)$$

これにより、伝送線路のある点 x における電圧と電流の関係は、

$$\left| \frac{V(x)}{I(x)} \right| = |Z_0| = \sqrt[4]{\frac{R^2 + (\omega L)^2}{G^2 + (\omega C)^2}} \quad (2.10)$$

導体損失により、 R が大きくなれば、特性インピーダンスは増加し、電流が減少します。誘電損失により、 G が大きくなれば、特性インピーダンスは減少し、電圧が減少します。

次に、伝送線路のある点 x における電圧と電流の位相関係は、

$$\arg\left(\frac{V(x)}{I(x)}\right) = \arg(Z_0) = \frac{1}{2} \cdot (a \tan(\frac{\omega L}{R}) - a \tan(\frac{\omega C}{G})) \quad (2.11)$$

$L/R > C/G$ であれば、偏角は正、すなわち電圧に対して、電流が本偏角分、位相が遅れることになり、誘導的な振る舞いとなります。反対に、 $L/R < C/G$ であれば、偏角は負となり、電流は本偏角分、位相が進むことになり、容量的な振る舞いとなります。 $L/R = C/G$ であれば、電圧と電流は全く同位相となり、電圧と電流の関係は無損失の場合と同じとなります。

(2) 線路の伝搬定数

特性インピーダンスと同様に、線路が無損失とみなせない領域では伝搬特性を示す伝搬係数も複雑となります。

そこで、(2.6)式を実部 α （減衰定数 attenuation constant）と虚部 β （位相定数 phase constant）にわけて整理することとします。

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta \quad (2.12)$$

$\omega L \gg R$ 、 $\omega C \gg G$ と考えることができるならば、実部 α （減衰定数）は、

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \sqrt{LC} \left(\frac{R}{L} + \frac{G}{C} \right) = \frac{1}{2v_p} \left(\frac{R}{L} + \frac{G}{C} \right) \quad (2.13)$$

となり、減衰は、単なる単位長あたりの導体抵抗 R や絶縁体のアドミッタンス G の大きさによるものではなく、導体損失は、単位長あたりインダクタンスとの比率、誘電損失は単位長当りキャパシタンスの比率により、影響を受けることがわかります。また、位相速度 v_p が大きければ、減衰が小さくなることもわかります。

虚部 β (位相定数) は

$$\beta \approx \omega \sqrt{LC} \left(1 - \frac{RG}{4\omega^2 LC} \right) \quad (2.14)$$

となり、損失がある場合には、 R 、 G により、位相定数 β が小さくなる、すなわち線路上の見かけの波長が少し長くなることがわかります。

もし、 R 、 L 、 G 、 C が周波数特性を持たないとすれば、減衰定数 α は高周波領域ではある一定の値、位相定数 β は $\omega \rightarrow \infty$ になるにしたがって、 $\omega \sqrt{LC}$ に近づくこととなりますが、実際には、 R 、 G は、周波数特性を持つため、このような傾向にはなりません。これについては、第3章で解説します。

2.3 反射 — 不連続部がもたらす影響

2.3.1 反射をわかりやすく考えてみよう

伝送線路に沿って、エネルギーが伝搬する場合、伝送特性が不連続な箇所では、エネルギーが一部、場合によってはすべてが反射するという現象が起きます。これは、例えば、車をドライブしているときに、片道2車線の道路が片道1車線に変わった場合には、一部の車がUターンします。あるいは、行き止まりになった場合には、全ての車が引き返せざるを得ないことになったりするようなものです。

反射現象に関しては、特性インピーダンスが重要な意味を持ちます。

はじめに、反射現象をわかりやすく考えるために、特性インピーダンス Z_0 の無損失の伝送線路に対して、終端部を特性インピーダンスと同じ値の抵抗負荷を接続 (整合終端と呼びます)、終端部を短絡、そして、終端部を開放した線路で考えて見ます。そして、図 2-3-1 に示すように、駆動部から入射電圧 V_i のステップ波形を入力したとします。

(1) 特性インピーダンスと同じ値の抵抗負荷で終端した場合

伝送線路の電圧と電流の関係が、そのまま負荷でも同じ関係となるため、エネルギーは全て負荷に吸収されます。駆動部から見た場合、あたかも無限長の伝送線路のように見えることとなります。

(2) 終端部が短絡された場合

終端部で強制的に電圧がゼロとなります。電圧がゼロとなるためには、伝送線路上の電圧 V_i を打ち消す必要があります。このため、反対極性の同じ電圧 $-V_i$ が発生します。これが、反射電圧であり、今度は、伝送線路を反対方向に伝搬していきます。

(3) 終端部が開放された場合

終端部で強制的に電流がゼロとなり、電流が流れません。電流が流れなければ、エネルギーは吸収されることはなく、全て伝送線路側に戻るようになります。すなわち同じ電圧 V_i 、電流が、反射としてそのまま伝送線路を、今度は反対方向に進みます。このとき、伝送線路上には、すでに終端側に向かって電圧 V_i 、電流が分布しています。したがって、電圧は同じ極性なので、加算され $2V_i$ となります。電流は向きが異なるので相殺することになります。

それぞれの駆動部の電圧、終端部の電圧は、図 2-3-2 に示すようになります。

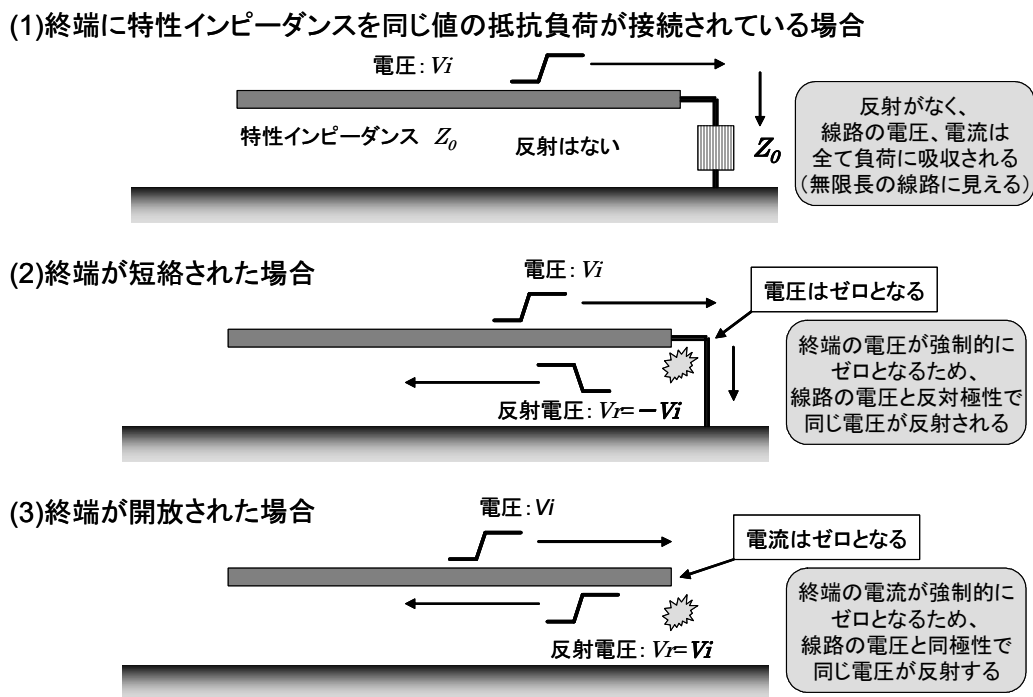


図 2-3-1 終端処理と反射の起こり方

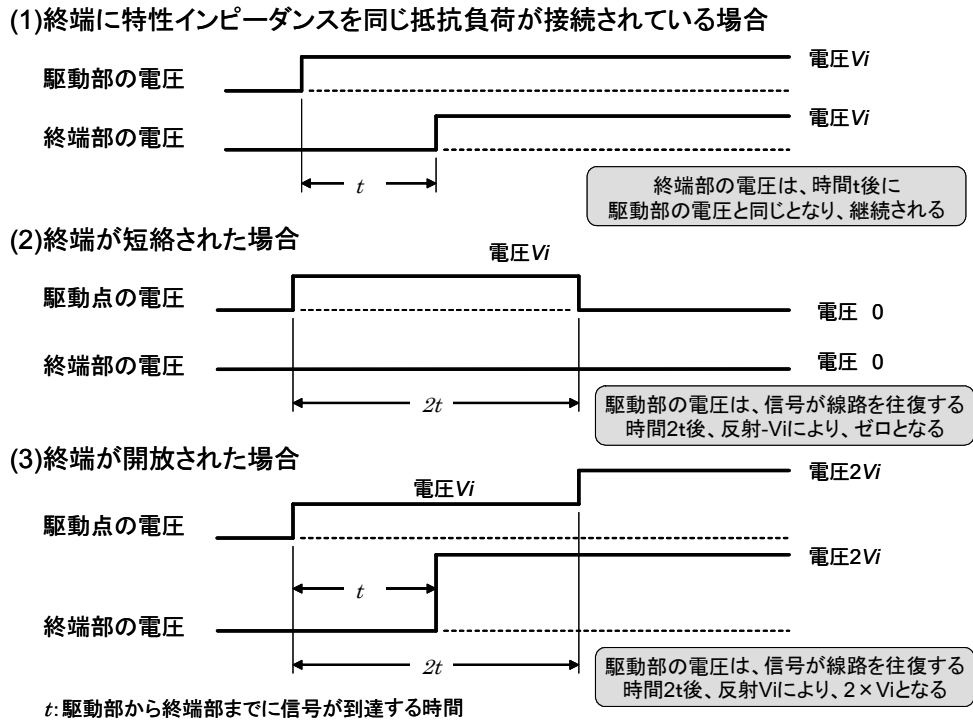
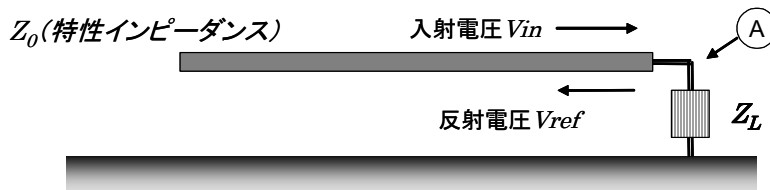


図 2-3-2 終端処理と駆動部、終端部の電圧

2. 3. 2 終端負荷による反射

次に、任意の負荷に対して、反射はどのように発生するのかを考えて見ましょう。図 2-3-3 に反射の比率（反射係数）の考え方を示しています。全体の入射電圧は、伝送線路上の電圧と負荷端の電圧の和となります。反射については、伝送線路上の電圧と負荷端の電圧の差が反射する電圧となります。



入射電圧: V_{in} 、入射電流: I_{in} 、反射電圧: V_{ref} 、反射電流: I_{ref} とすると

A点の電圧は

$$V_{in} + V_{ref} = (I_{in} - I_{ref}) \cdot Z_L = \left(\frac{V_{in}}{Z_0} - \frac{V_{ref}}{Z_0} \right) \cdot Z_L$$

電圧の反射の比率(電圧反射係数): ρ_v は、 V_{ref}/V_{in} であるから

$$\rho_v = \frac{V_{ref}}{V_{in}} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

なお、電流の反射の比率(電流反射係数): ρ_i は、 I_{ref}/I_{in} であり、 $V_{ref} = -I_{ref}Z_L$ であることから、 ρ_v とは反対の極性となります。

$$\rho_i = \frac{I_{ref}}{I_{in}} = -\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = -\rho_v$$

図 2-3-3 反射の比率 (反射係数)

この式から、 $Z_L > Z_0$ の場合は、入射電圧と同じ極性の電圧が反射、 $Z_L < Z_0$ の場合は、反対極性の電圧が反射することがわかります。なお、電圧反射係数と電流反射係数は極性が異なります。以後、反射係数は特に記述がなければ、電圧反射係数を意味するものとします。

2. 3. 3 線路や配線の不連続部による影響

(1) 線路の特性インピーダンス不連続による影響

伝送線路の特性インピーダンスが途中で変化した場合には、終端に整合負荷を接続しなかったと同じように考えることができます。

特性インピーダンスの不連続部では、進行してきたエネルギーの一部が反射、そして、反射しなかったエネルギーが透過し、伝搬していきます。その様子を図 2-3-4 に示します。なお、入射エネルギーに対して、不連続部を通過していくエネルギーの比率を透過係数 (refraction coefficient) と呼びます。その定義は図 2-3-4 によります。

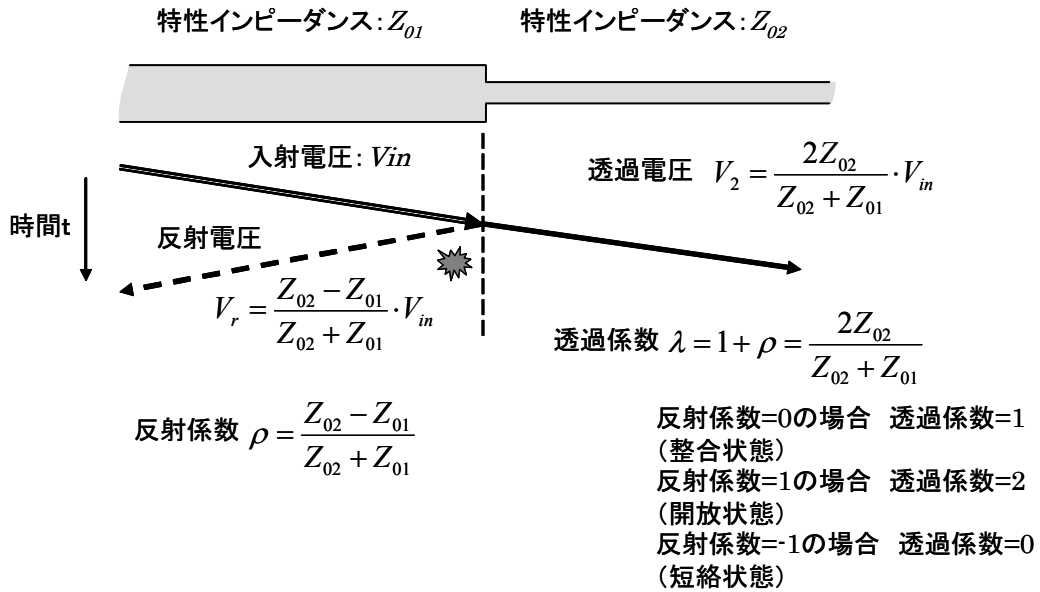


図 2-3-4 伝送線路の特性インピーダンス不連続の影響

線路上に特性インピーダンスの不連続部が複数あった場合には、多重反射が発生するために、少し、複雑になります。とはいえ、考え方は特性インピーダンス変化部での反射と透過の現象を、複数箇所に適用するだけです。その例を図 2-3-5 に示します。

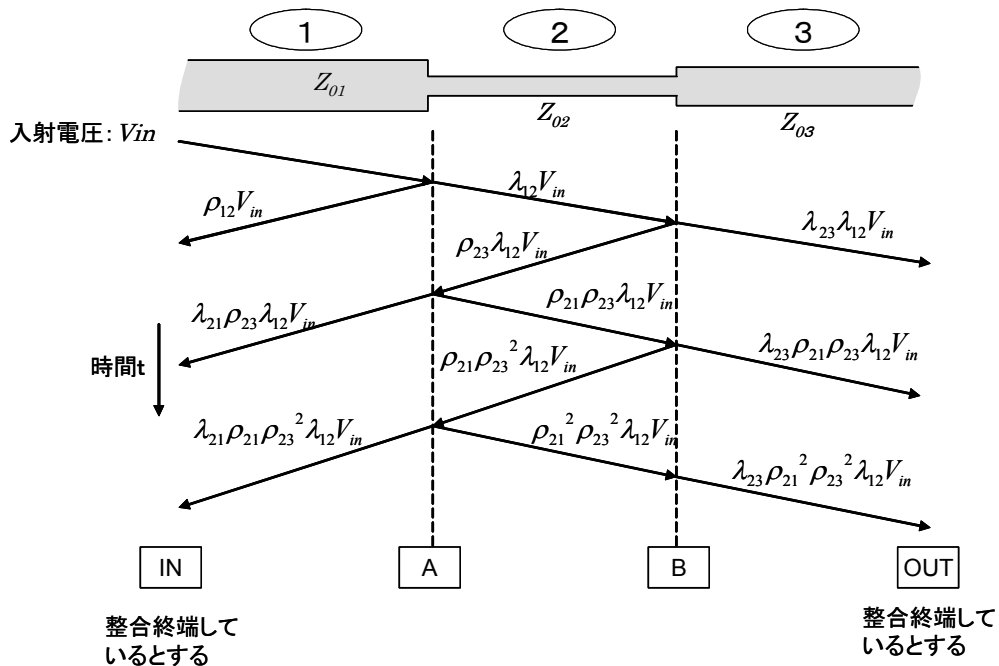


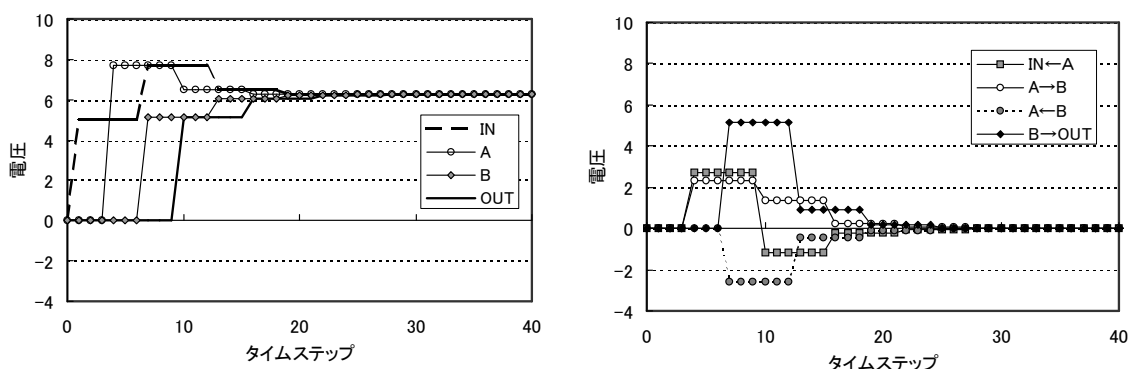
図 2-3-5 伝送線路に特性インピーダンスの不連続が複数ある場合の反射

図 2-3-5 において、 $Z_{01}=30\Omega$ 、 $Z_{02}=100\Omega$ 、 $Z_{03}=50\Omega$ の場合で、両側の端部を整合終端したとして、5V のステップ電圧を入力したときの入力部 IN、線路不連続部 A、および B、

出力部 OUT の電圧波形を簡単に計算してみました。その結果を図 2-3-6 に示します。入力した電圧は反射を繰り返しながら、特定の値、ここでは 6.25V に収束していくことがわかります。また、各ポイント間を進行する電圧は、ゼロに収束していく、すなわち定常状態では電流が流れなくなることが確認できます。

[線路入力部(IN)、不連続となる箇所(A,B)、出力部(OUT)の電圧波形]

$Z_{01}=30\Omega$ 、 $Z_{02}=100\Omega$ 、 $Z_{03}=50\Omega$ として、5Vのステップ電圧を入力した場合を計算したものです。
各ポイント間を進むタイムステップ(時間)は3ステップです



(1)各ポイントの電圧波形

(2)ポイント間を進行する電圧波形

図 2-3-6 伝送線路に特性インピーダンスの不連続が複数ある場合の各部の電圧波形例

5V のステップ電圧を入力したはずなのに、なぜ、各ポイントが 6.25V になったのでしょうか。また、なぜ、それぞれ特性インピーダンスが異なる線路を接続したのに、各ポイントが同じ電圧の値になったのでしょうか。少し、紛らわしいので、確認しておきましょう。

交流、あるいは過度現象の場合には、伝送線路の特性インピーダンスは非常に重要な意味を持ちます。ところが、直流の場合、特性インピーダンスがどのような値であろうとも、直流抵抗だけが意味を持ちます。無損失の伝送線路の直流抵抗はゼロです。したがって、各ポイント間には電位差が生じることはなく、定常状態では IN、A、B、OUT それぞれが同じ電圧となります。

次になぜ、5V のステップ電圧を入力したはずなのに、6.25V となったのでしょうか。直流における等価回路を図 2-3-7 に示します。両端は整合終端処理をしているので、入力部には出力インピーダンスゼロの理想電圧源と 30Ω の抵抗 R_s がシリーズに接続されていることとなります。そして、出力部は、50Ω の抵抗 R_l が接続されていることとなります。入力部に 5V のステップ電圧を印加するために、実は理想電圧源の出力端子は 2 倍の 10V となっています。

したがって、出力部 OUT について、時刻無限大での最終電圧は、直流の状態となるため

$$V_{OUT} = \frac{R_l}{R_l + R_s} \times 10 = 6.25 \tag{2.15}$$

となります。

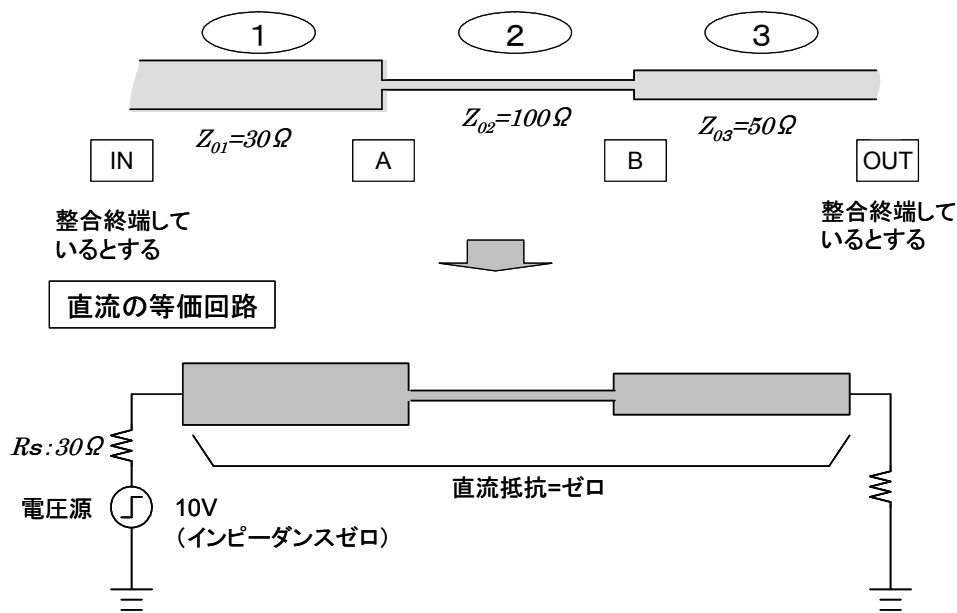


図 2-3-7 直流における等価回路

このように、伝送線路の特性インピーダンスが統一されていないと思いがけない現象が発生することがあります。したがって、機器やシステムの特性インピーダンスを統一することは、非常に重要なことです。計測器、計測システムは 50Ω に統一されています。図 2-3-7 で、線路 1 部の特性インピーダンス、および R_s が 50Ω となっていれば、定常状態の電圧は $5V$ に収束します。

(2) 配線分岐の影響

配線には、1 対 1 の配線のみとは限りません。1 対 N の場合もあります。この場合は、配線のどこかに分岐が発生します。配線の分岐部は、伝送上の不連続な部分となり、今まで、述べてきたような反射が発生します。

配線の分岐部の影響は、少し複雑ですが、考え方は (1) 項で述べたものと同じです。配線分岐部の影響のとらえ方を図 2-3-8 に示しますが、ポイントは、着目している配線部に接続されている複数の配線部を、まとめて一つの線路としてとらえることです。

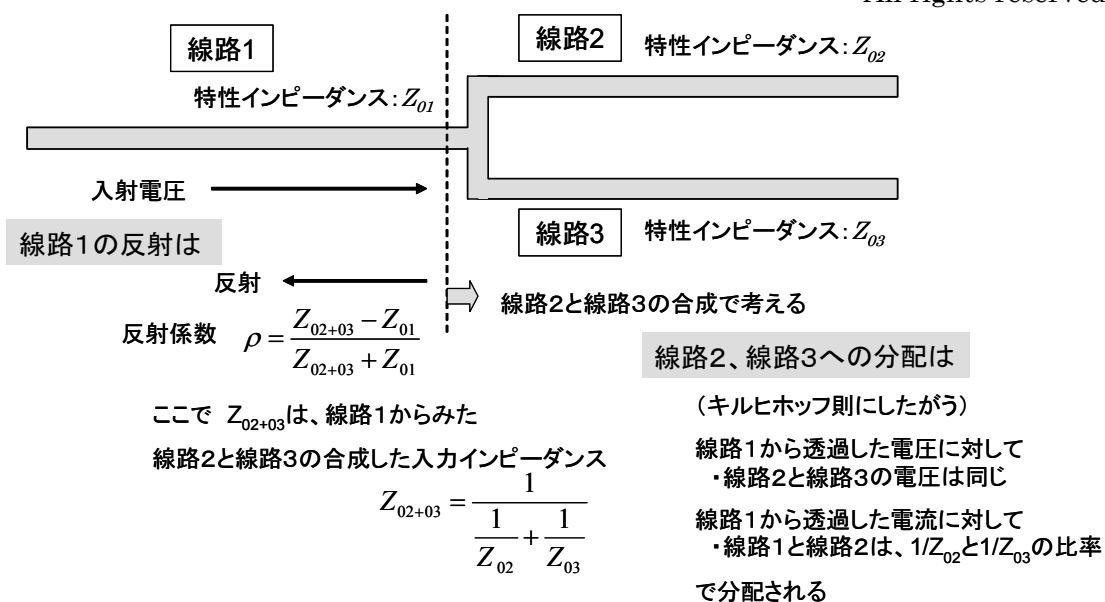


図 2-3-8 配線分岐部でのエネルギーの反射、透過、分配の考え方

なお、実際のプリント板での反射の様子や反射対策などについては、第 3 章で解説します。

2. 4 クロストーク — 隣接した線路による影響

本節では、隣接した線路による影響を解説します。2. 3 節までは、単独の線路で考えてきました。実際に電子回路が実装されるものには、単独の配線ということはありません。複雑に絡み合った相当数の配線で構成されます。そして、悪いことには、隣接した線路間では電磁界の結合が発生し、ある線路に対して、他の線路が電磁界結合を通して、妨害を与えることになります。この現象をクロストーク (crosstalk) と呼びます。

2. 4. 1 クロストーク発生メカニズム

はじめに、クロストークの発生メカニズムを考えてみましょう。簡単のために、2 本の伝送線路で、両端を整合終端 (伝送線路の特性インピーダンスで終端) とした場合のメカニズムを考えます。図 2-4-1 に、線路 A に、立ち上がり時間がほぼゼロのステップ信号を印加した場合、線路 B にクロストークが誘起されるメカニズムを示します。クロストークは電界結合によるものと磁界結合によるものがあります。

(1) 電界結合 (capacitive coupling)

2 本の隣接する線路間には、2 線間の容量による電界結合が発生します。線路 A の電圧の変化に対して、線路 B にはパルス状の電流が流れます。そして、結合部から進行方向と反対方向へ分かれて、両方向へ電流が流れていきます。

(2) 磁界結合 (inductive coupling)

2 本の隣接する線路間には、2 線間の相互インダクタンスにより誘導結合が発生します。

線路 A の電流の変化に対して、線路 B にはパルス状の電流が発生します。そして、結合部から進行方向とは逆方向のみに電流が流れることとなります。また、電流は線路上では連続でなければならないため、線路 B の遠端から電流を吸い上げ、近端の終端負荷まで流れることとなります。

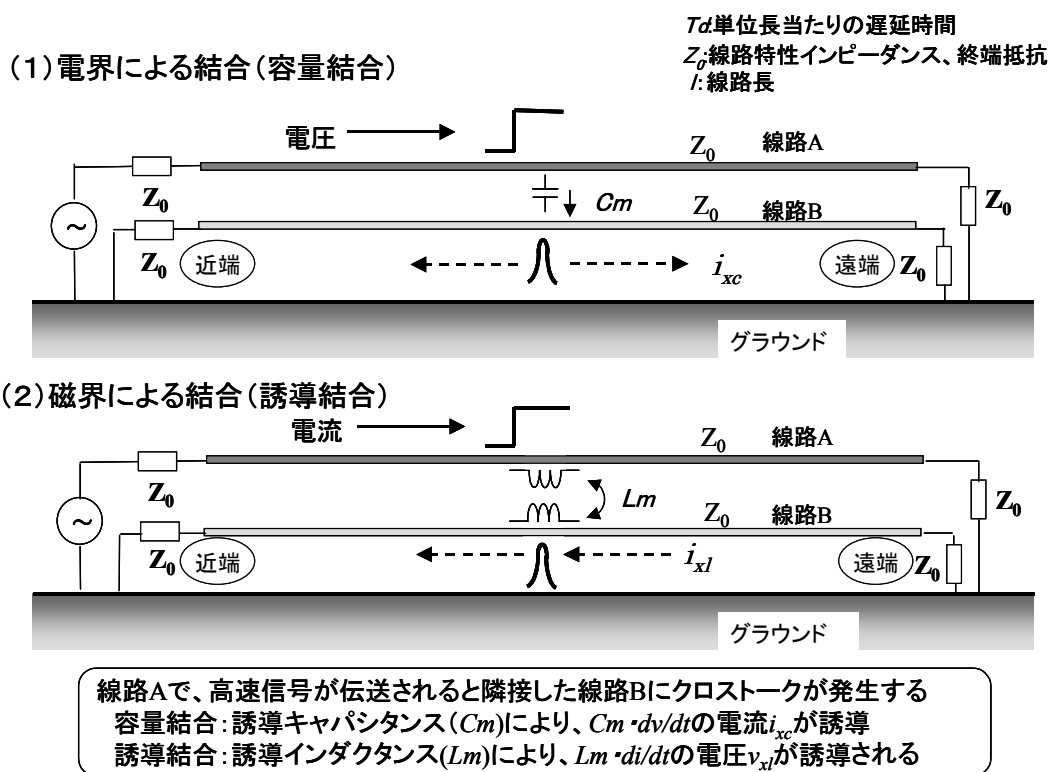


図 2-4-1 クロストーク発生メカニズム

次に、線路 B の近端と遠端で、クロストークがどのような妨害信号を発生するか見てみましょう。

図 2-4-2 に電界による近端、遠端でのクロストーク電圧、図 2-4-3 に磁界による近端、遠端のクロストークを示します。

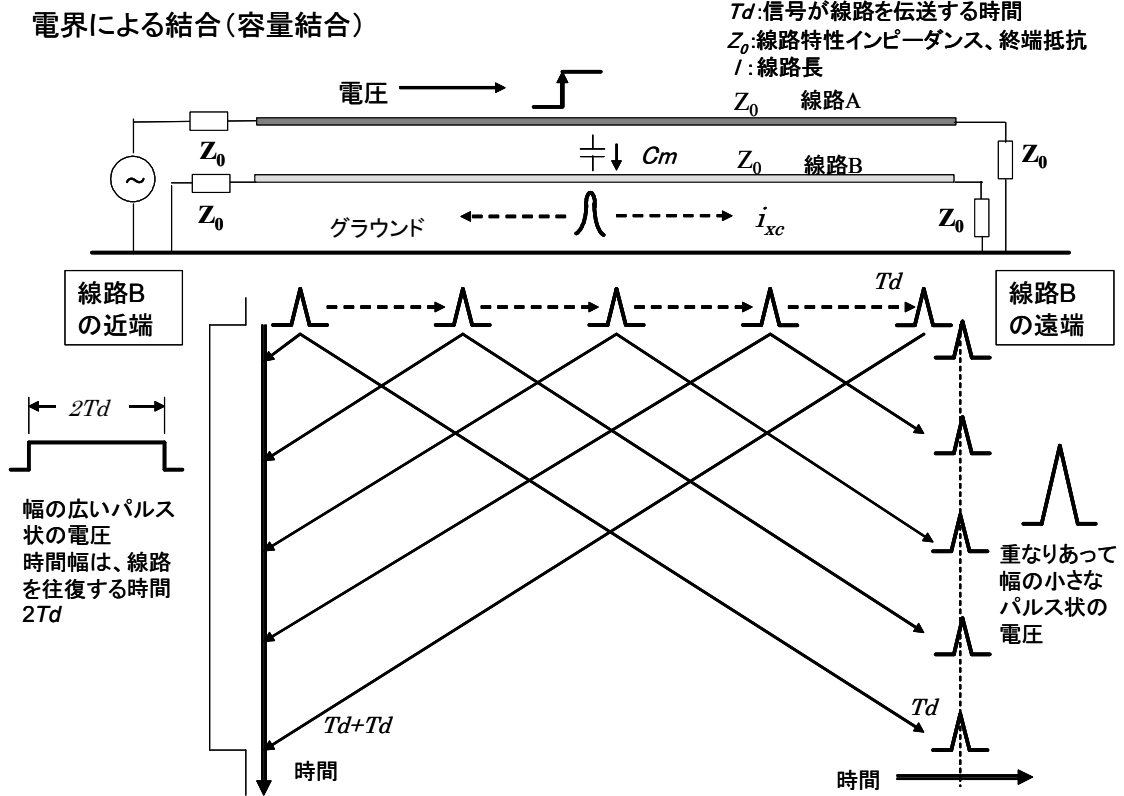


図 2-4-2 電界による近端、遠端のクロストーク電圧

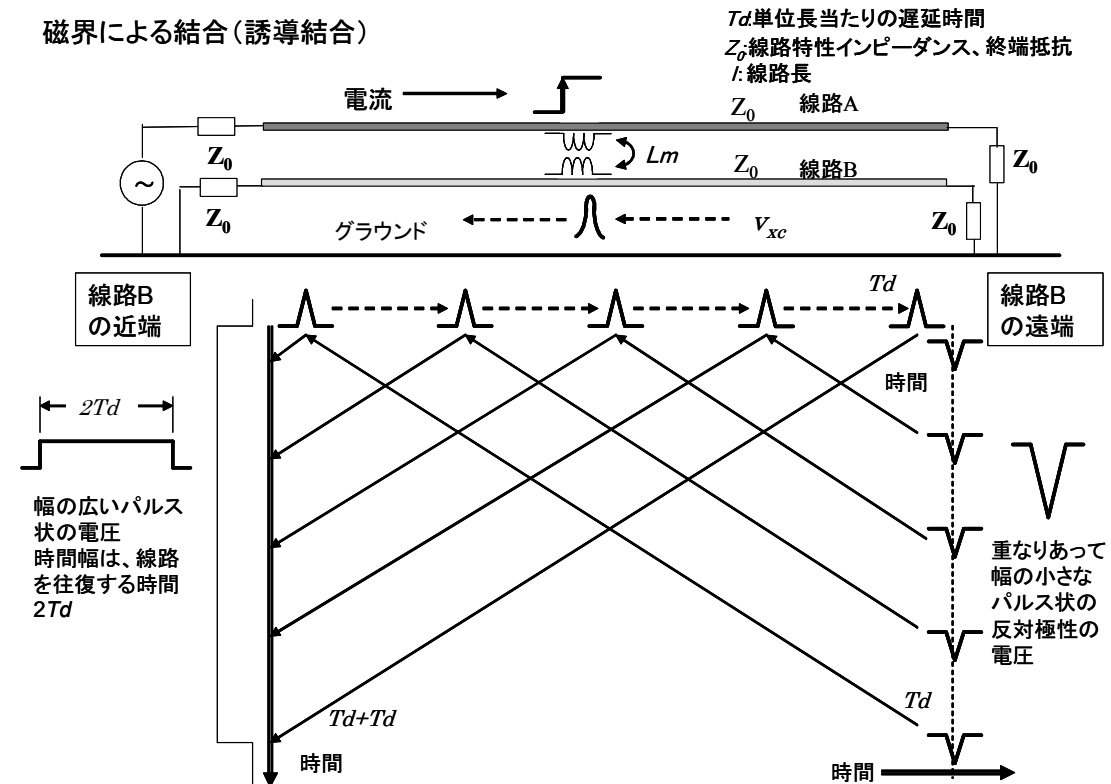


図 2-4-3 磁界による近端、遠端のクロストーク電圧

近端では、電界による結合と磁界による結合のクロストーク電圧が加算されます。線路 A のパルスと同極性の時間幅 $2Td$ (線路 A のパルスが近端から遠端まで進む時間の 2 倍) の広いパルス状の電圧が発生します。

一方、遠端では、電界による結合では、幅の狭いパルス状のクロストーク電圧が現れます。このときのクロストーク電圧の大きさは結合している線路の長さに比例します。磁界による結合も、同様のメカニズムですが、終端に対する電流の方向が逆となるため、発生するクロストーク電圧は逆極性となります。最終的な遠端のクロストーク電圧は、電界による結合と磁界による結合の和となるため、お互いに打ち消しあった電圧波形となります。

本メカニズムからわかるように、一般にクロストークは近端で発生するクロストークの方が大きく、問題となることが多いとされています。

2. 4. 2 クロストーク電圧の大きさ

クロストークの数式上の説明は、H.R.Kaupp らにより、行われています。2. 4. 1 と同じように、無損失の平行 2 本線路で、両端を整合終端した場合のモデルとします。図 2-4-4 に示すように、線路 A に立ち上がり時間 tr 、電圧 $V_{in}(t)$ のステップ電圧波形を印加した場合、線路 B の位置 x で誘起するクロストークは

$$V(x,t) = K_f \cdot x \cdot \frac{d}{dt} \left\{ V_{in} \left(t - \frac{Td \cdot x}{l} \right) \right\} + K_b \cdot \left\{ V_{in} \left(t - \frac{Td \cdot x}{l} \right) - V_{in} \left(t - 2Td + \frac{Td \cdot x}{l} \right) \right\} \quad (2.16)$$

ここで、

K_f は遠端クロストーク係数であり

$$K_f = -\frac{1}{2} \left(\frac{L_m}{Z_0} - C_m Z_0 \right) = \frac{Td \cdot l}{2tr} \left(\frac{L_m}{L} + \frac{C_m}{C} \right) \quad (2.17)$$

K_b は近端クロストーク係数であり

$$K_b = \frac{l}{4Td} \left(\frac{L_m}{Z_0} + C_m Z_0 \right) = \frac{1}{4\sqrt{LC}} \left(\frac{L_m}{Z_0} + C_m Z_0 \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{L_m}{L} + \frac{C_m}{C} \right) \quad (2.18)$$

また l は結合している線路長であり、 Td は線長 l に対する遅延時間です。

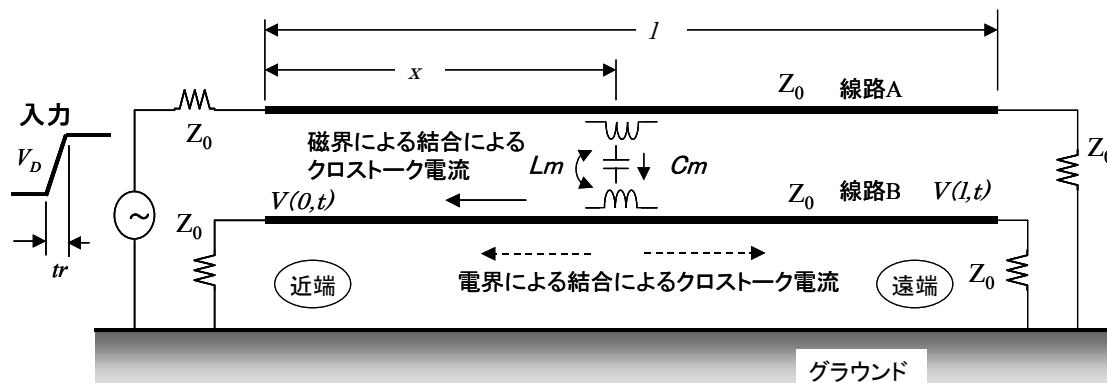


図 2-4-4 クロストーク電圧の大きさを考えるためのモデル

(1) 近端クロストーク電圧 (near end crosstalk)

近端クロストーク電圧は (2. 16) 式で、近端クロストークの項のみとし、 $x=0$ とすると

$$V(0,t) = K_b \cdot \{V_{in}(t) - V_{in}(t - 2Td)\} \tag{2. 19}$$

したがって、 $V_{in}(t)$ は図 2-4-4 のように立ち上がり時間 tr で電圧レベル Vd になるため、近端クロストーク電圧は、信号が線路を往復する時間 $2Td > tr$ の場合と $2Td < tr$ の場合で異なることになります。その様子を図 2-4-5 に示します。近端クロストーク電圧の最大値は、 $2Td > tr$ の場合には、立ち上がり時間や信号が線路の往復する時間によらず一定で $Kb \cdot Vd$ です。 $2Td < tr$ の場合には $2Kb \cdot Vd \cdot Td/tr$ となり、立ち上がり時間と信号が線路を往復する時間の関係でクロストーク電圧の最大値が決まります。

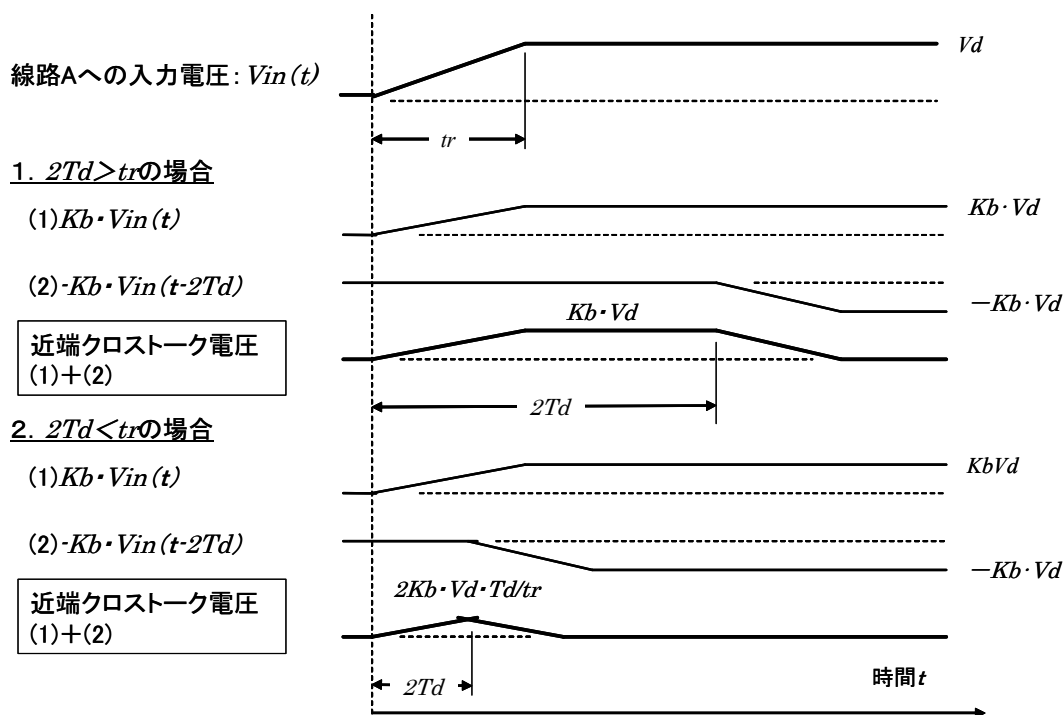


図 2-4-4 近端クロストーク電圧の大きさ

(2) 遠端クロストーク電圧 (far end crosstalk)

遠端クロストーク電圧は (2. 16) 式で、 $x=l$ とすると

$$V(l,t) = K_f \cdot l \cdot \frac{d}{dt} \{V_{in}(t - Td)\} \tag{2. 20}$$

ここで、 $t/dt (V_{in}(t - Td))$ は、 t の値に応じて、以下のように異なります。

$t < Td$ の範囲

$t - Td$ が負、すなわちイベント発生前の時間となり、 V_{in} はゼロです

$Td < t < Td + tr$ の範囲

$$\frac{d}{dt} \cdot V_{in}(t - Td) = \frac{Vd}{tr} \tag{2. 21}$$

$t > Td + tr$ の範囲

$V_{in}(t - Td) = Vd$ (一定) となり、微分したものはゼロとなります。

これからわかるように、遠端クロストーク電圧は時間 $Td < t < Td + tr$ の範囲のみ発生します。そして、線長、および立ち上がり時間の短さに比例しますが、電界による結合と磁界による結合は極性が逆となり、打ち消しあうようになります。電界による結合が大きい場合、すなわち (2. 17) 式で、 $C_m Z_0 > L_m / Z_0$ の場合には、遠端クロストーク電圧は信号と同極性となり、磁界による結合が大きい場合、すなわち $L_m / Z_0 > C_m Z_0$ の場合には、遠端クロストーク電圧は信号と反対極性となります。

2. 4. 3 終端処理とクロストーク

次に、終端が整合終端以外の場合を考えて見ましょう。終端が整合されていない場合には、発生したクロストーク電圧に対して、2.3 節の反射の現象を考慮すれば、よいこととなります。

ここでは、紙面の都合もあり、線路 B の近端が開放、および線路 B の遠端が開放の場合のクロストーク電圧を考えてみることにします。それぞれの近端、遠端のクロストーク電圧を図 2-4-5 に示します。

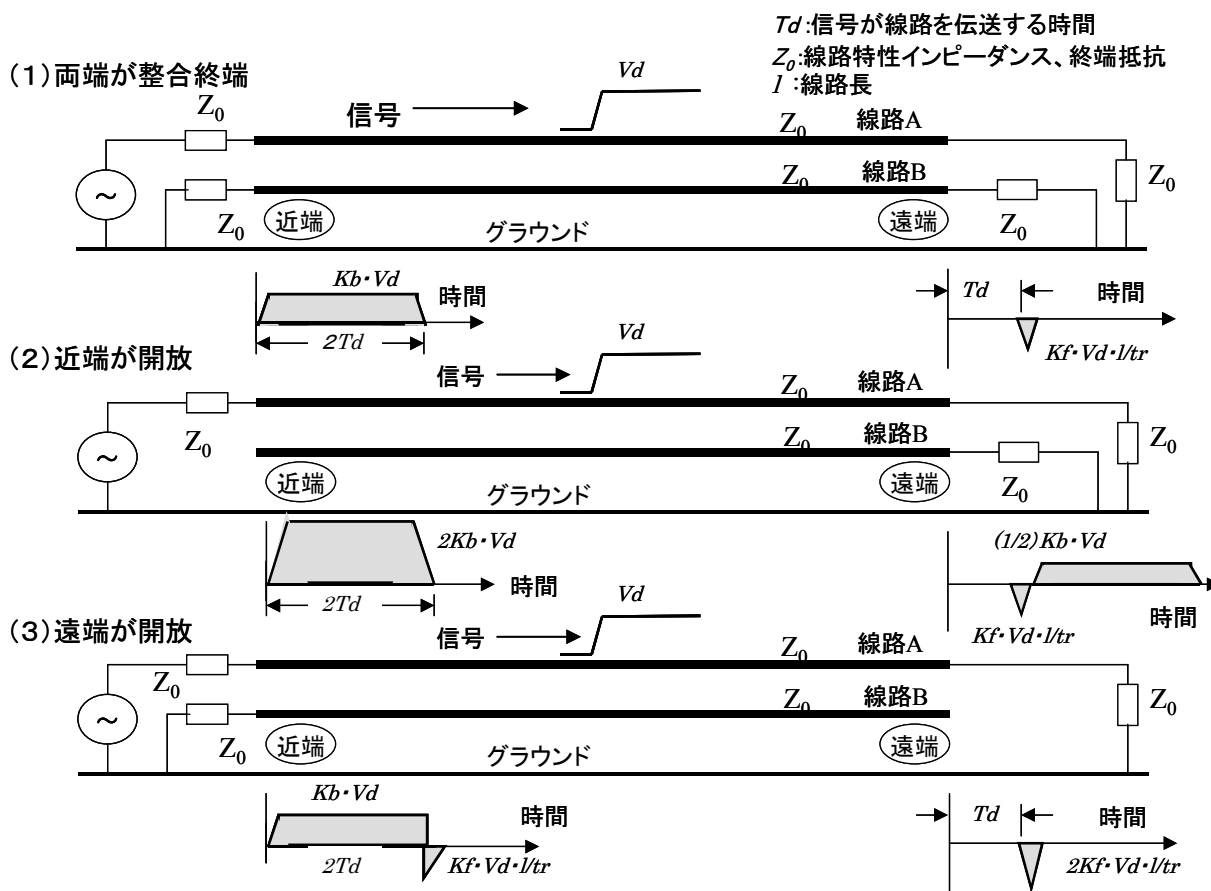


図 2-4-5 整合終端されていない場合のクロストーク

線路が終端されていない場合には、いずれも整合終端の場合より、クロストーク電圧が大きくなっていることがわかります。終端が開放されている場合には、電圧がそのまま反射するため、開放終端部での電圧は整合の場合に対して 2 倍となります。図 2-4-5 では、近端が開放の場合には近端クロストーク電圧が 2 倍、遠端が開放の場合には遠端クロストーク電圧が 2 倍となっています。そして、反射した電圧が、線路を伝搬した時間の後、そのまま反対側の端部に電圧として現れることとなります。