

経営工学編：技術に携わる者であれば、必須の工学

信頼性工学

Reliability Engineering

2014年12月31日版

工学博士 中小企業診断士

芳 賀 知 Satoru Haga, Ph.D

All rights reserved. No part of this material may be reproduced, in any form or by any means, without permission.

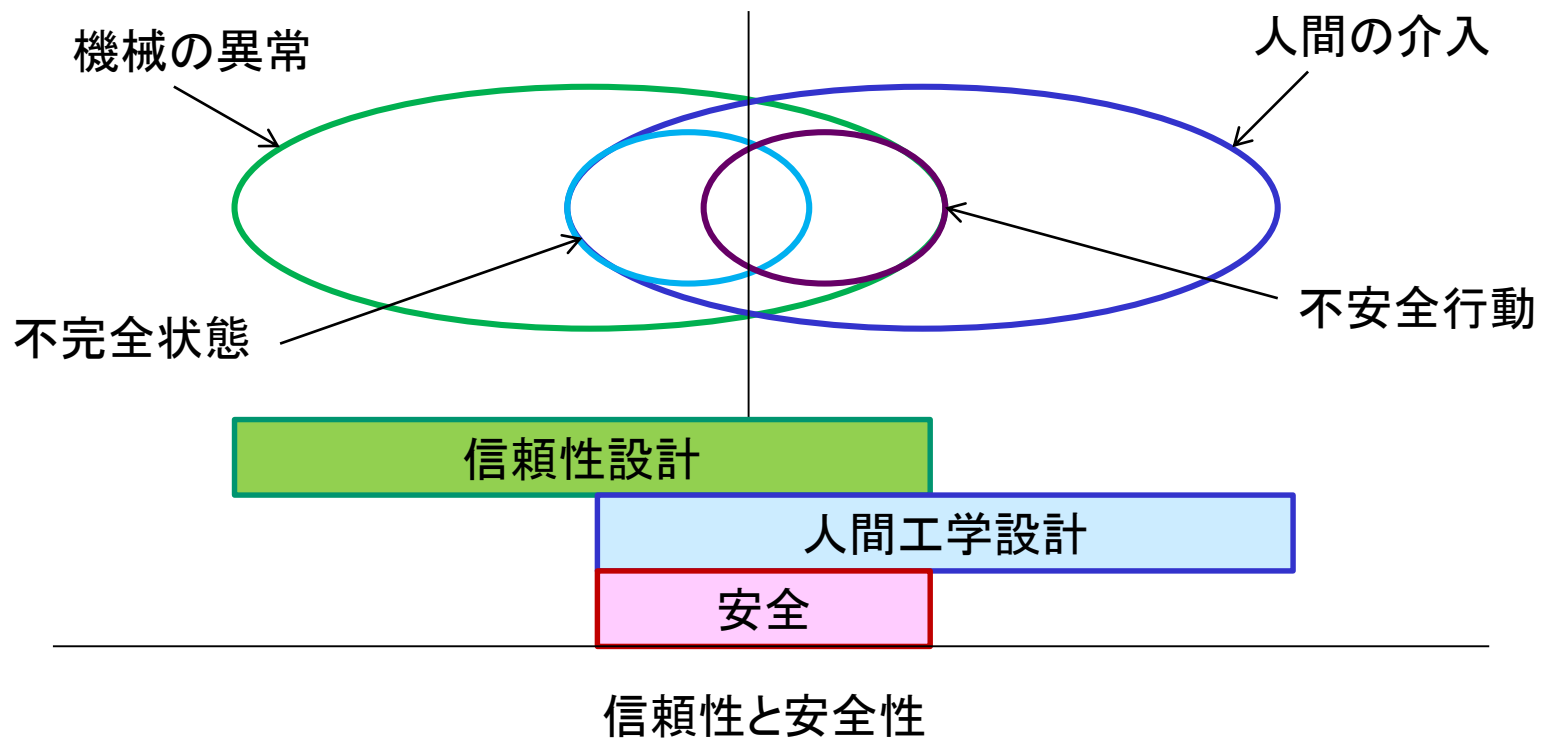
構成

1. 信頼性とは
2. 信頼度と寿命 — 非修理系
3. 故障率とMTBF — 修理系
4. 故障発生のパターン
 4. 1 故障率一定の場合の信頼度関数と統計的手法
 4. 2 ワイブル分布
 4. 3 ストレスと寿命(故障)
5. 保全とその評価尺度
6. 故障率曲線と対応
7. 信頼性設計技術

1. 信頼性とは

－信頼性と安全性－

－信頼性は安全性を確保するための重要な要素



1. 信頼性とは

(1) 信頼性 (Reliability of Machine)

機械、構成品または設備が指定の条件のもので、ある定められた期間にわたって故障せずに要求される機能を果たす能力。(ISO12100-1:2003より)
狭義には、システム・機器などの故障や不具合の発生しにくさ。

○機器設計の基本

故障、不具合のない機器を作ることは不可能

- ・故障、不具合が起きにくいようにする努力
- ・故障、不具合が起きたときの配慮

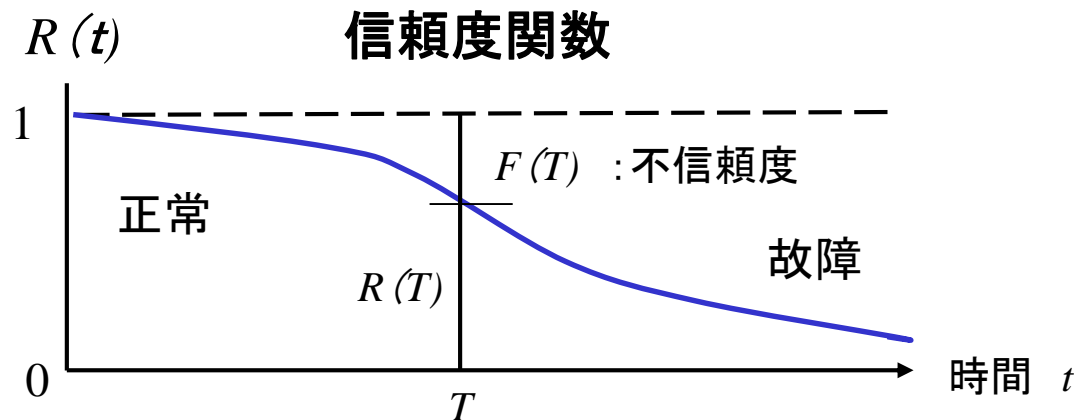
1. 信頼性とは

(2) 信頼度

信頼度と不信頼度

アイテム(系・機器・部品など)が、規定の条件下で、与えられた時間間隔(t_1 、 t_2)に規定の機能を遂行する確率。

通常は、時間間隔(0 、 T)の信頼度 $R(T)$ を考える。



不信頼度関数： $F(t)$

時間 t までの、累積故障の比率

$$R(t) + F(t) = 1$$

2. 信頼度と寿命 — 非修理系

非修理系の信頼性特性 — 寿命

非修理系のアイテムの場合、故障がそのまま寿命となる

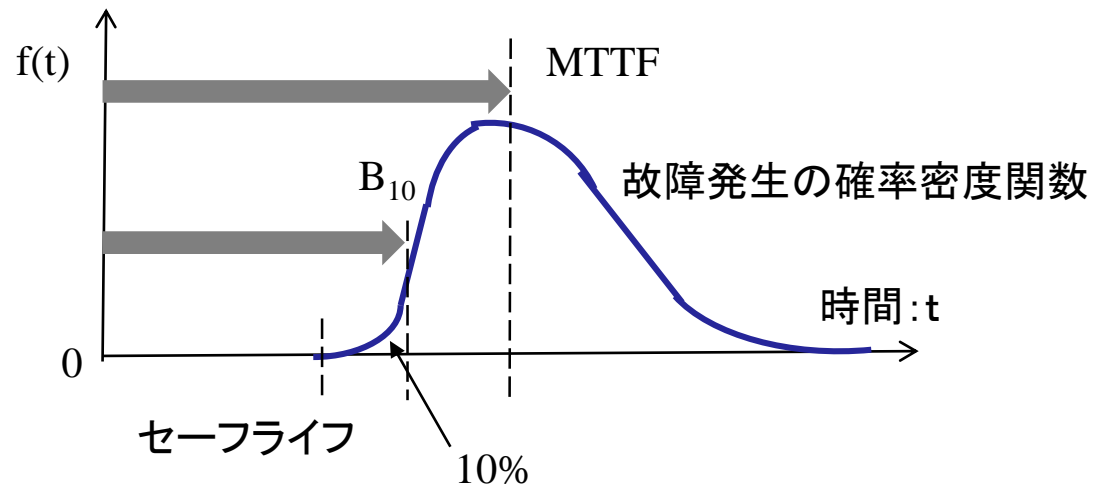
平均故障寿命 (MTTF: Mean Time to Failure)

非修理系の故障までの平均時間。(例)電球の寿命など

平均故障寿命 $MTTF = E(t) = \int_0^{\infty} tf(t)dt$

(約半数が寿命となる時間)

B_{10} (ビーテンライフ): 10%だけが故障(寿命)する時間



2. 信頼度と寿命 — 非修理系

非修理系の信頼性特性 — 寿命

閑話休題

魔法の3輪馬車

信頼度 100%の架空のアイテム。

ある時点まで故障する確率は0であり、その時点を越えるやいなや確率1で故障する機器・システム。

ソニータイマー

ソニー製品はメーカー保証期間終了直後に故障が頻発するという噂。
(事実ではない。)

3. 故障率とMTBF — 修理系

(1) 修理系と非修理系

非修理系

修理ができない機器 故障すれば寿命となる

修理系

システム・機器が故障しても、修理をして、再び、使用し続けることができるもの

(2) 平均故障率

平均故障率： λ

$$\lambda = \frac{\text{故障数}}{\text{動作時間}} \quad [\text{時間}^{-1}]$$

(3) 平均故障間隔 (MTBF: Mean Time Between Failure)

故障から次の故障までの平均的な間隔。言い換えると連続稼働できる時間の平均値。

MTBFは故障率の逆数で、 $\text{MTBF} = 1 / (\lambda: \text{故障率})$ [時間]

3. 故障率とMTBF ー修理系

(4) 瞬間故障率: $\lambda(t)$ (一般には、単に故障率と言う)

現在(時刻 t)で使用している機器がどのくらい故障しやすいか

$$\text{瞬間故障率: } \lambda(t) = \frac{\text{時刻 } t \text{ での故障確率密度}}{\text{時刻 } t \text{ の信頼度}} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

(注)

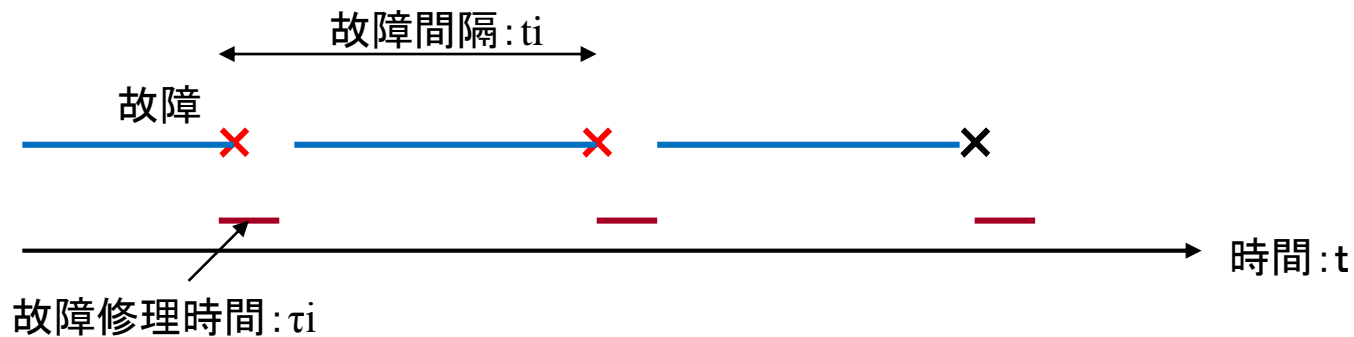
故障確率密度はその瞬間の故障確率密度

時間 $[t, t + \Delta t]$ の故障数は、 $f(t)\Delta t$

3. 故障率とMTBF — 修理系

修理系の信頼性特性 — 平均故障間隔 (MTBF) など

修理系のアイテムの場合、故障は修理される。



平均故障間隔 (MTBF: Mean Time Between Failure)

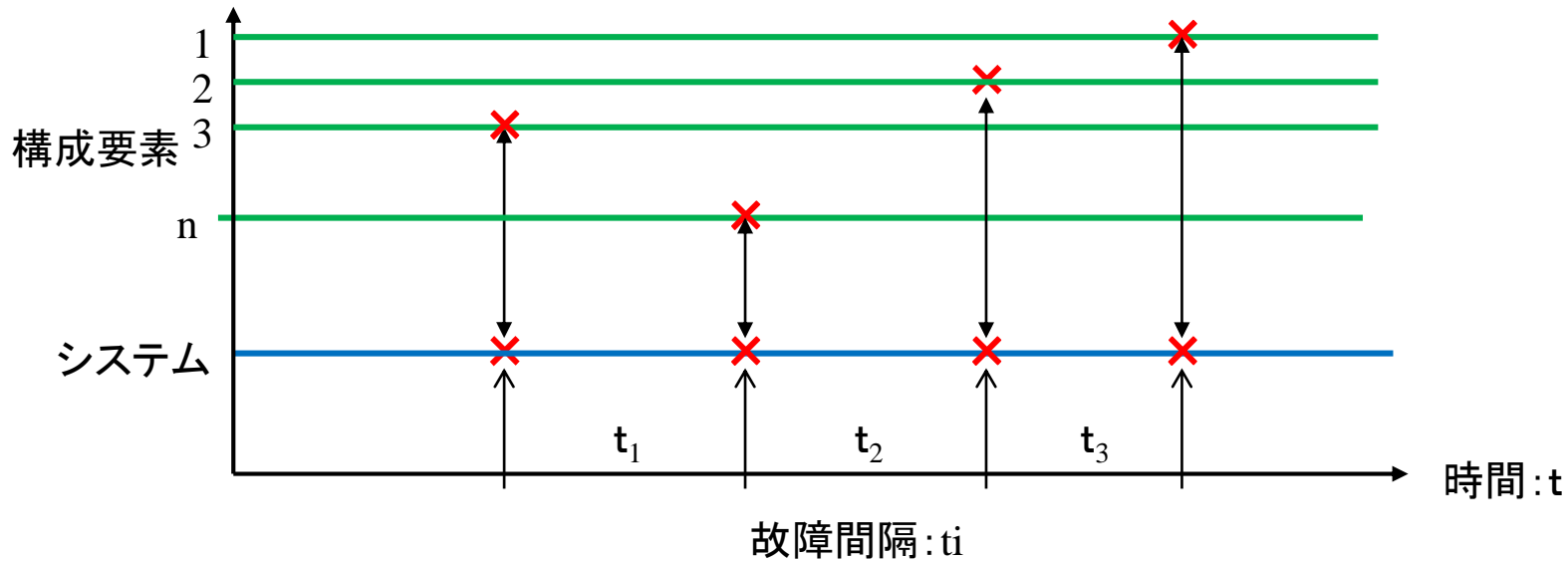
故障から次の故障までの平均的な間隔。言い換えると連続稼働できる時間の平均値。

平均故障間隔時間:
$$MTBF = \sum_{i=1}^n \frac{t_i}{n}$$

3. 故障率とMTBF — 修理系

修理系の信頼性特性 — 平均故障間隔 (MTBF) など

構成部品の故障で システム故障



ドレニク(Drenick)の定理

構成部品の故障により生じるシステム故障の間隔は指数分布 に従う

構成部品の寿命分布がどのようなものであっても成立する

4. 故障発生のパターンと手法

4. 1 故障率一定の場合 の信頼度関数と統計的手法

(1) 故障率が一定の場合の信頼度関数その他

故障率: $\lambda(t) = \lambda$ (故障率が時間に関わらず一定) の場合

信頼度関数:

$$R(t) = \exp\left\{-\int_0^t \lambda(x) dx\right\} = e^{-\lambda t} \quad t > 0 \quad \text{指数分布}$$

故障分布関数:

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad t > 0$$

故障の確率密度関数:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t} \quad t > 0$$

故障の確率密度関数から、平均値を求めると

$$\int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{\infty} t \cdot \lambda e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

(修理系では MTBF、非修理系ではMTTF)

4. 故障発生のパターンと手法

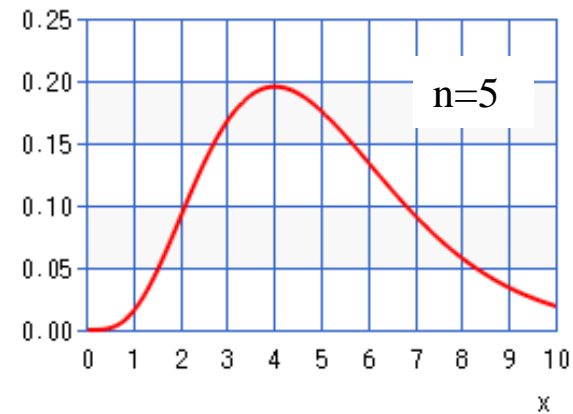
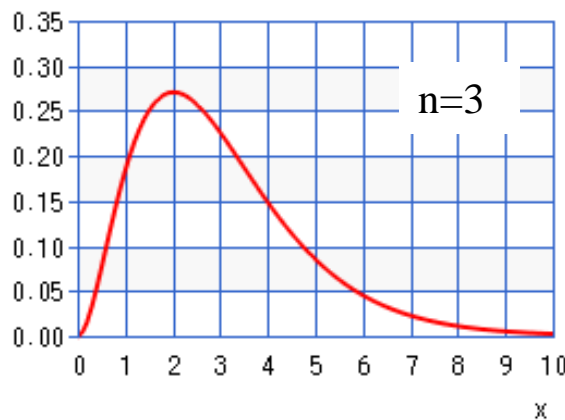
(2) MTBF (MTTF) と信頼度の区間推定

指数分布の場合

完全データ (t_1, t_2, \dots, t_n) に対して、 t_i (各動作時間) / MTBF ($i=1, 2, \dots, n$) が互いに独立な指数分布に従う。

この場合、T (総動作時間) / MTBF は、以下の ガンマ分布 (gamma distribution) となる。

$$\frac{1}{(n-1)! \sigma^p} x^{p-1} e^{-\frac{1}{\sigma} x} \quad (x > 0, p > 0, \sigma > 0)$$



4. 故障発生のパターンと手法

(補足)

ガンマ分布

形状母数 k 、尺度母数 θ の2つのパラメータで特徴づけられる。

$$f(t) = t^{k-1} \frac{e^{-\frac{t}{\theta}}}{\Gamma(k)\theta^k} \quad t > 0$$

ここで、 $\Gamma(k)$ は、ガンマ関数

他の分布との関係

指数分布

$k=1$ の場合、ガンマ分布は尺度母数(平均値)を θ とする指数分布となる。

カイ二乗分布

k が半整数であり、 $\theta=2$ の場合、ガンマ分布はカイ二乗分布となる。

4. 故障発生のパターンと手法

(補足)

ガンマ関数

定義: 実部が正となる複素数 z について

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \quad \text{Re}(z) > 0$$

基本的性質:

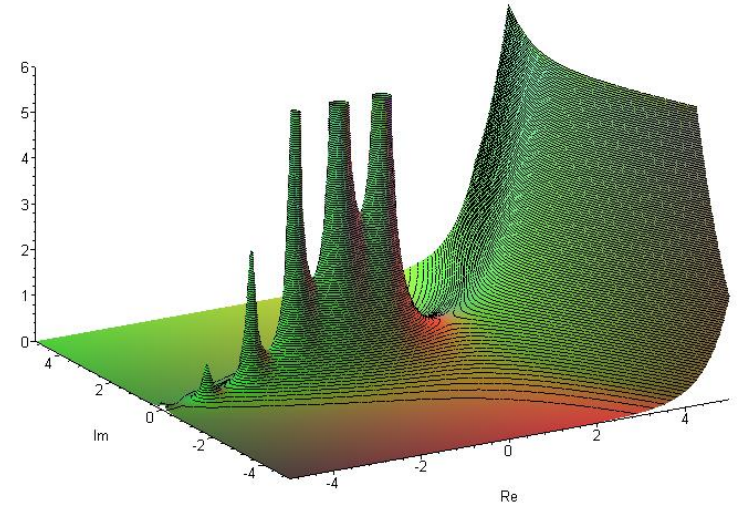
自然数 n について

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$$

$$\Gamma(n+1) = n!$$

$$\Gamma(1) = 0! = 1$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$



$\Gamma(x+yi)$ の絶対値

(図は、ガンマ関数 - Wikipedia より引用)

4. 故障発生のパターンと手法

(2) MTBF (MTTF) と信頼度の区間推定

指数分布の場合

完全データ(t_1, t_2, \dots, t_n)に対して、 t_i (各動作時間) / MTBF ($i=1, 2, \dots, n$) が互いに独立なパラメータ1の指数分布に従う。

T (総動作時間) / MTBF は、尺度パラメータ1、形状パラメータ n のガンマ分布 (gamma distribution) となる。

$2T$ / MTBF は、自由度 $2n$ の χ^2 分布 (カイ二乗分布) となる。

従って、

$$\Pr\left(\chi^2\left(2n; 1 - \frac{\alpha}{2}\right) < \frac{2T}{MTBF} < \chi^2\left(2n; \frac{\alpha}{2}\right)\right) = 1 - \alpha$$

信頼率 $1 - \alpha$ の信頼区間は

$$\left(\frac{2T}{\chi^2\left(2n; \frac{\alpha}{2}\right)}, \frac{2T}{\chi^2\left(2n; 1 - \frac{\alpha}{2}\right)} \right)$$

4. 故障発生のパターンと手法

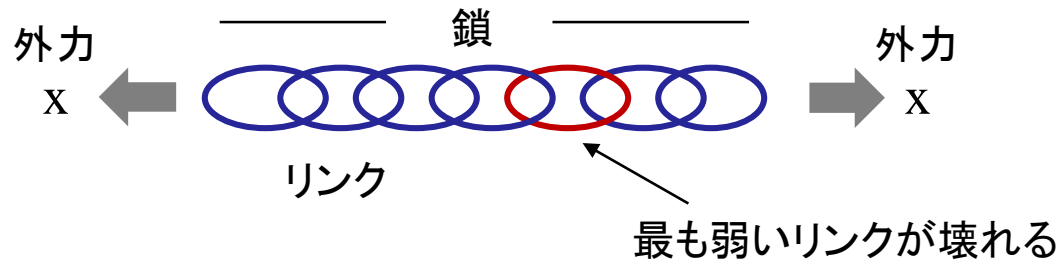
4.2 ワイブル分布

(1) ワイブル分布とは

複雑なシステムの故障は、サブシステム(構成要素)のうち、一番弱いところが故障することによって生じる(最弱リンクモデル)。

この機構を表すのがワイブル分布。

(最弱リンクモデル)



鎖が壊れない確率

$$R_n(x) = P_r \{ \min(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq x \} = \prod_{i=1}^n P_r (X_i \geq x) = \prod_{i=1}^n R_i(x)$$

$R_n(x)$ は、 n が十分大きい時にワイブル分布の信頼度関数で近似できる

4. 故障発生のパターンと手法

(2) ワイブル分布を表す関数

m : 形状パラメータ、 η : 尺度パラメータ(スケーリング)、 γ : 位置パラメータ

1) 不信頼度関数: $F(t)$

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{t - \gamma}{\eta}\right)^m\right\}$$

2) 故障確率密度関数: $f(t)$

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{m}{\eta} \left(\frac{t - \gamma}{\eta}\right)^{m-1} \exp\left\{-\left(\frac{t - \gamma}{\eta}\right)^m\right\} = R(t)\lambda(t)$$

3) 故障率: $\lambda(t)$

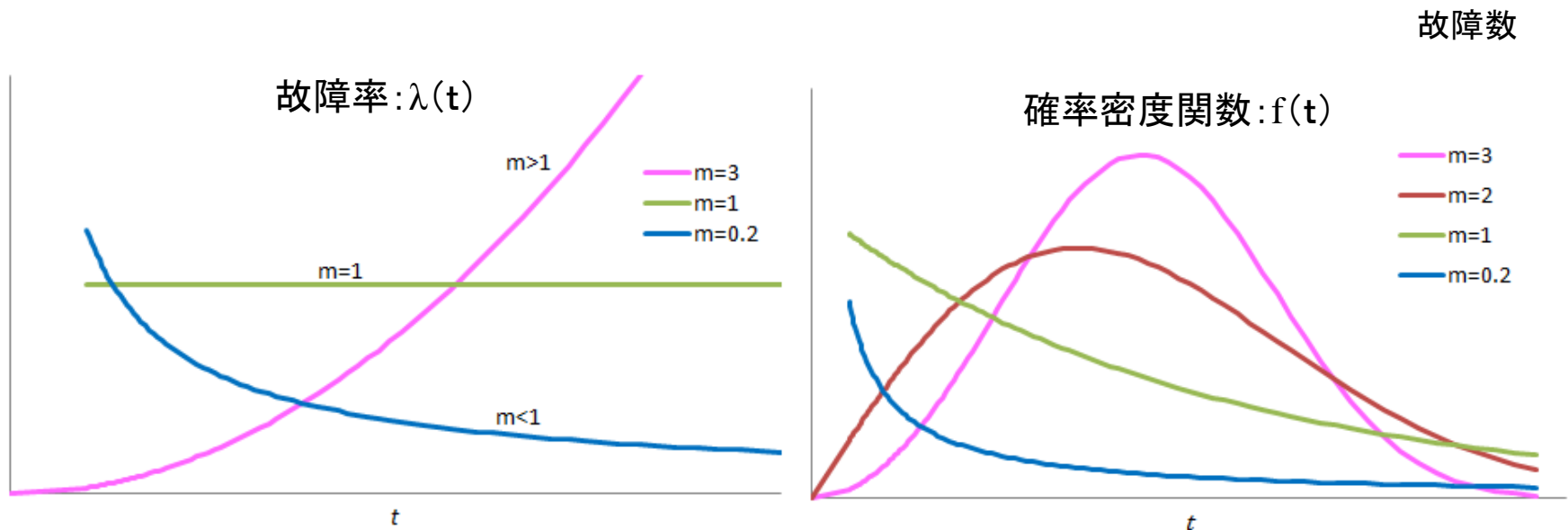
$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{m}{\eta} \left(\frac{t - \gamma}{\eta}\right)^{m-1}$$

(注) 指数分布は ワイブル分布で $m=1$ の場合である。

4. 故障発生のパターンと手法

(3) 形状パラメータ(m)とワイブル分布

- ① $m > 1$: 故障率は時間とともに増加し、故障数はある時間で極大値を持つ。
- ② $m = 1$: 故障率は一定で、故障数は指数関数的に減少していく。
- ③ $m < 1$: 故障率は時間とともに減少し、故障数は初期に集中する。



4. 故障発生のパターン

形状パラメータ(m)とワイブル分布

- ① $0 < m < 1$: 故障率は時間とともに減少する。

DFR型 (Decreasing Failure Rate: 初期故障型)

設計・製造上の欠陥で、初期に故障が発生、時間とともにそれが取り除かれていく場合

製造直後のIC、LSI等の電子部品の潜在不良による場合 など

- ② $m=1$: 故障率は、時間によらず一定。

CFR型 (Constant Failure Rate: 偶発故障型)

故障が時間履歴によらず偶発的に発生する(故障率が一定)

信頼度関数は指数関数となる

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad \lambda: \text{故障率、} t: \text{時間}$$

4. 故障発生のパターン

形状パラメータ(m)とワイブル分布

- ③ $m > 1$: 故障率は時間とともに増加する。

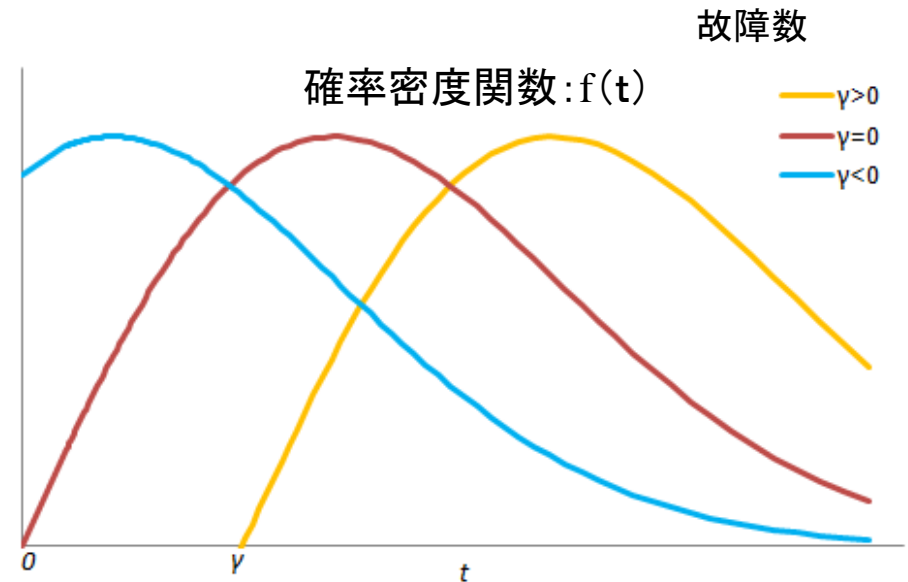
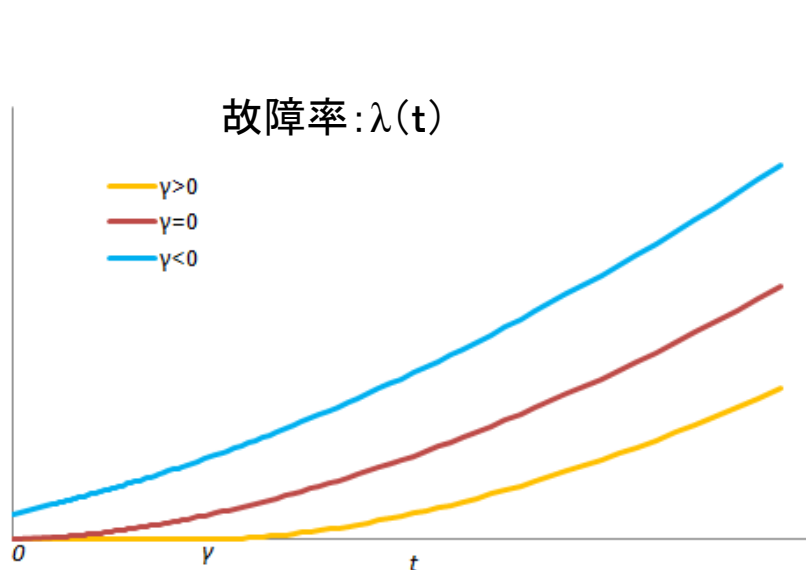
IFR型 (Increasing Failure Rate: 摩耗故障型)

機械部品の摩耗や腐食などの劣化による場合

4. 故障発生のパターンと手法

(4) 位置パラメータ(γ)とワイブル分布

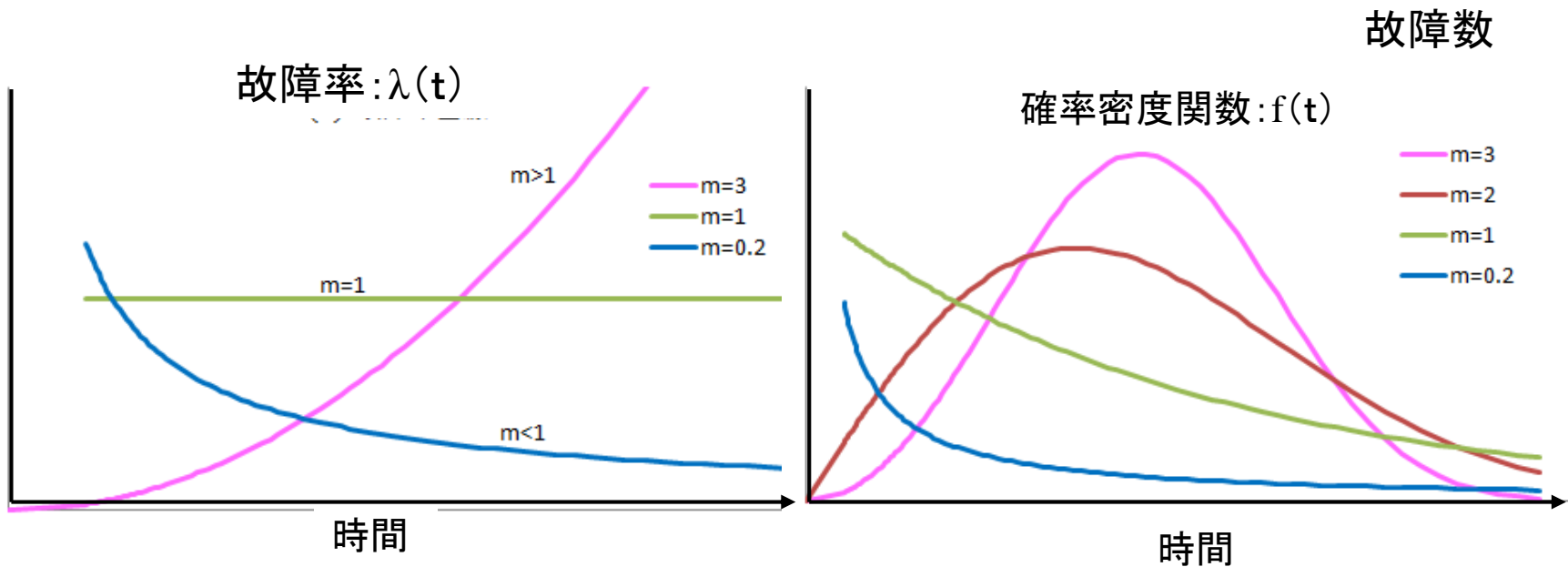
- ① $\gamma > 0$: ある時間 γ まで、故障は起こらない。
- ② $\gamma = 0$: 時刻ゼロから、故障は起こり始める。
- ③ $\gamma < 0$: 時刻ゼロで、すでに故障が発生する。



4. 故障発生のパターンと手法

形状パラメータ(m)とワイブル分布

- ① $0 < m < 1$: 故障率は時間とともに減少する。
- ② $m = 1$: 故障率は一定。
- ③ $m > 1$: 故障率は時間とともに増加する。



http://avalonbreeze.web.fc2.com/38_01_02_04_weibull.htmlを参考

4. 故障発生のパターンと手法

4.3 ストレスと寿命(故障) —故障は 速度過程に従う

○アレニウスモデル 温度と劣化反応速度の関係

反応速度定数: $\kappa = C \exp\left(-\frac{U}{kT}\right)$ C: 比例定数、k: ボルツマン定数、T: 絶対温度
U: 反応の活性化エネルギー

モーターの温度、半導体ジャンクション温度、コンデンサの周囲温度など

○アイリングモデル 温度、電圧、機械的応力と劣化反応速度の関係

反応速度定数: $\kappa = a\left(\frac{kT}{h}\right) \exp\left(-\frac{U}{kT}\right) \exp\left\{f(S)\left(b + \frac{c}{T}\right)\right\}$

a,b,c: 比例定数、h: プランクの定数、S: 温度以外のストレス、f(S): ストレスSの関数

材料の塑性変形や破壊など

○マイナー則(線形損傷則) 劣化量が蓄積、しきい値を超えた時が寿命

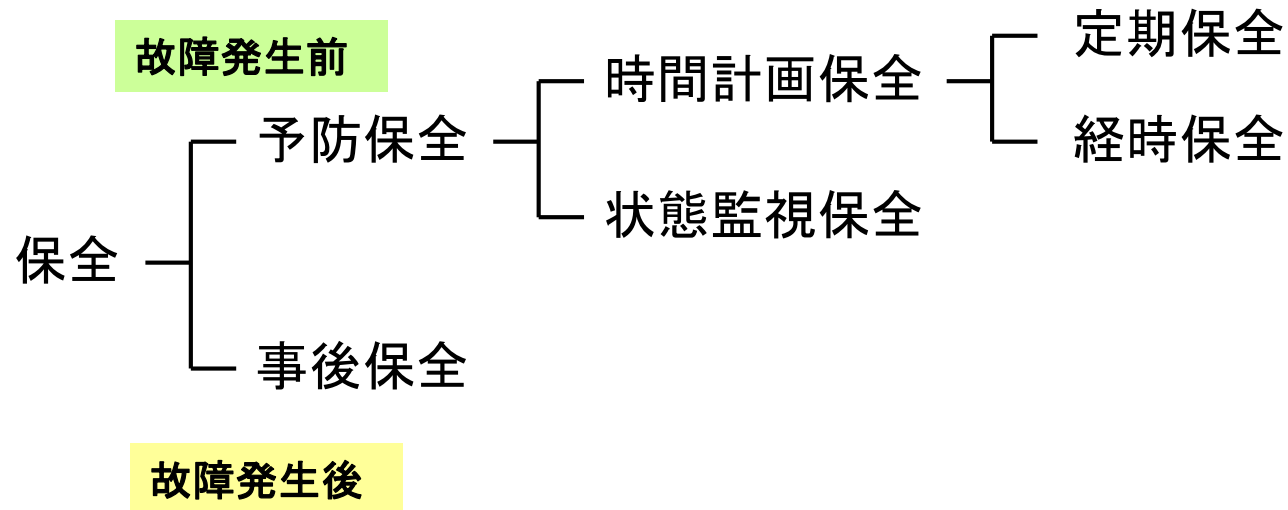
破壊条件: $\sum \frac{n_i}{N_i} = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots = 1$ Ni: 応力振幅の寿命の繰り返し数
ni: 印加した応力振幅の印加数

機械・構造物に変動荷重が作用、電気ドリルなど

5. 保全とその評価尺度

(1) 保全

アイテムを使用、及び運用可能状態に維持し、または故障、欠点などを回復するための全ての処置及び活動(JIS Z 8115)



5. 保全とその評価尺度

(2) 事後保全における評価尺度

保全度

保全を開始してから、規定時間内に保全を完了し、正常な状態となる確率。

平均修復時間 (MTTR: Mean Time to Recovery (Repair))

システムや機器に障害、あるいは故障が発生してから修復、あるいは修理が完了するまでの時間の平均値。

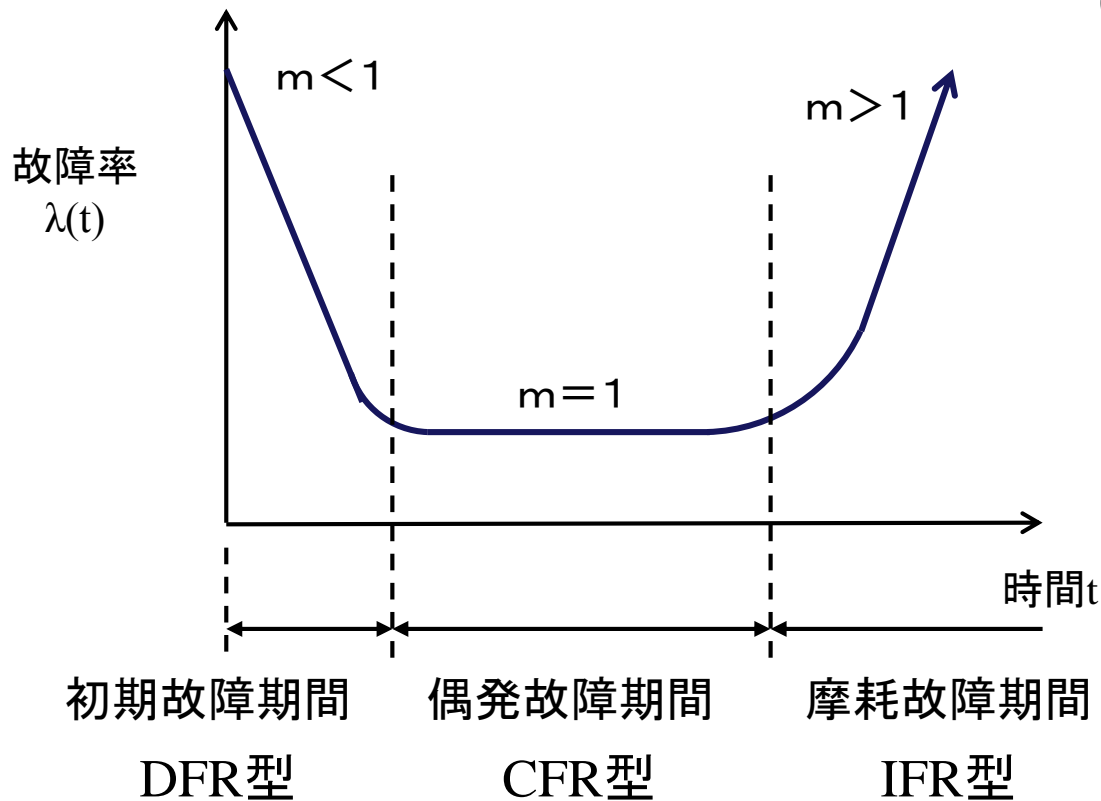
アベイラビリティ

平均故障間隔を(平均故障間隔 + 平均修復時間)で割った値。
1 - (不稼働率)でもある。

6. 故障率曲線と対応

(1) 時間と故障率 — 故障率曲線(バスタブカーブ)

機器や部品の一般的な時間と故障率の関係



(故障率低減の考え方)

- 初期故障期間
エージング、バーンイン試験など
- 偶発故障期間
状態監視保全(定期点検、自己診断など)など
- 摩耗故障期間
予防保全など

6. 故障率曲線と対応

(2) エージング ー 初期故障期間

(1) 自動車

- ・バリ、金属粉や油カス分などが付着しているのを、可動させて除去、スムーズにする。
- ・潤滑油が内部機構に馴染んだり、内部に燃焼によって発生する付着物の層が形成されないうちは、焼き付きを起こしやすい。このため、初期、一定走行距離の内はエンジン回転数を抑えた運転を行う。

(2) 電子機器

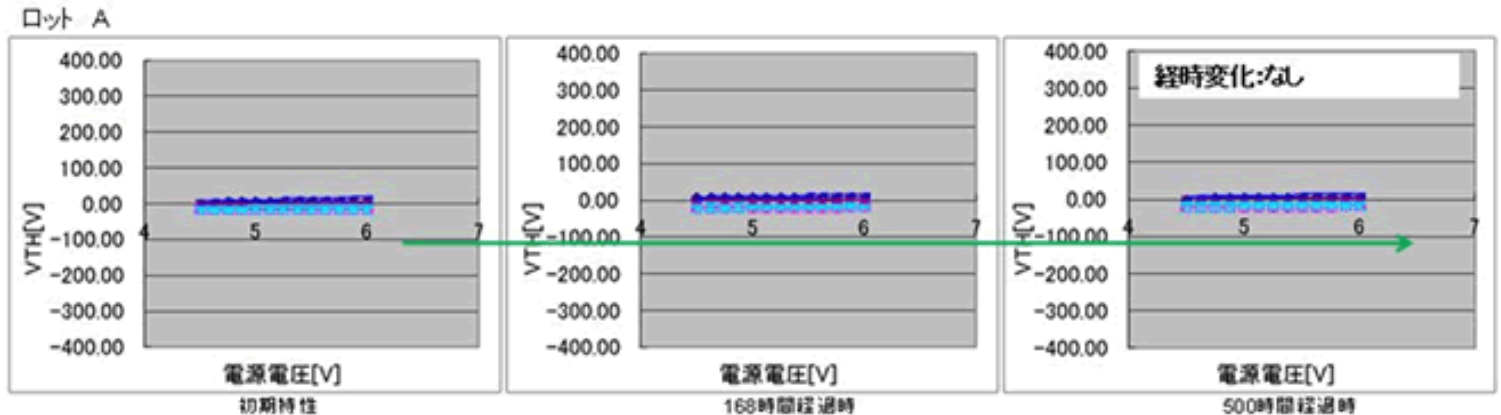
- ・半導体の製造上の不具合、半田不良やコネクタの接点接続などの潜在不良が、すぐには現れないこともある。
通常、1年程度の保証期間を設けて不良品の発生に対応している。

6. 故障率曲線と対応

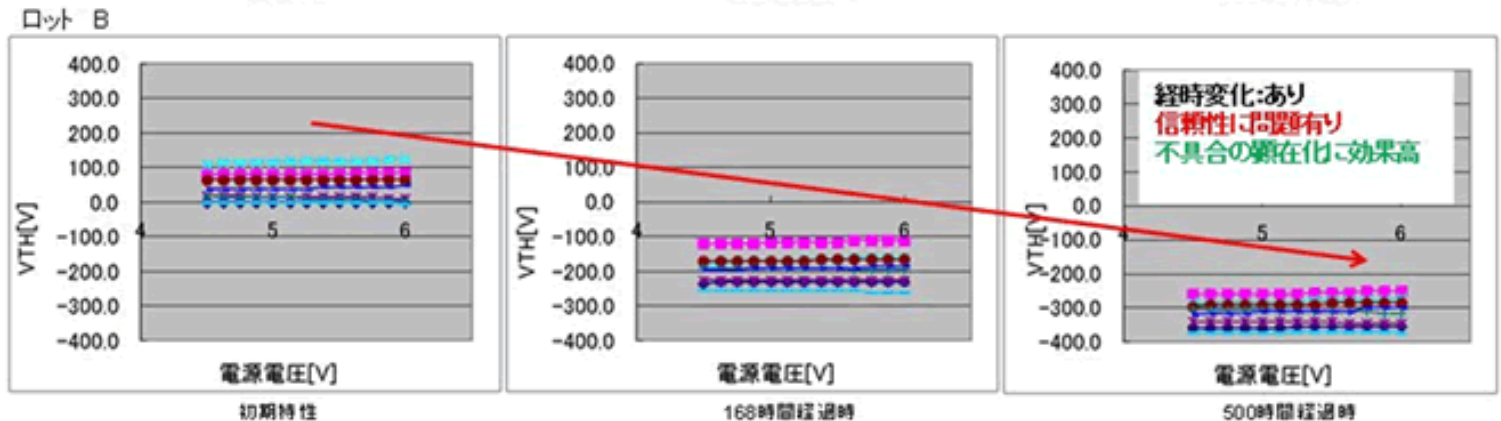
(3) バーンイン ー 初期故障期間

温度と電圧の負荷をかけることにより、初期不良を事前に低減させる方法。
スクリーニング試験の一つ。

正常品

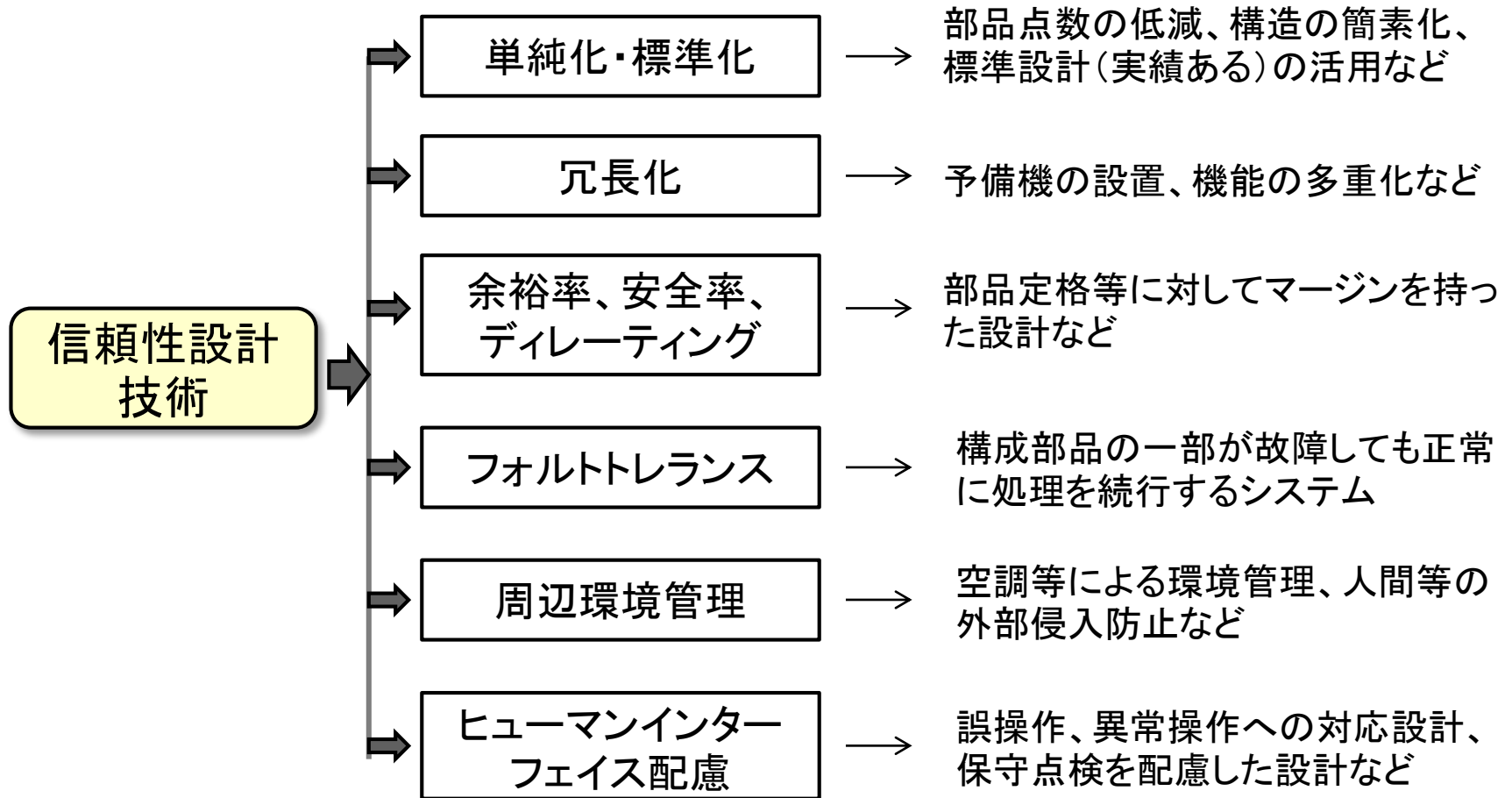


潜在不良品



7. 信頼性設計技術

信頼性設計技術



7. 信頼性設計技術

(1) 単純化・標準化

○部品種類、部品点数などは、できるだけ少なくする

○単純な構造、構成とする

○標準化された回路、機構とする

例) 媒体挿入機構 用紙づまり発生 など

○機能・性能に影響のない部分は、実績のある技術を使う

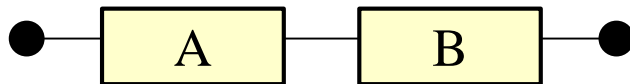
例) 安易なコストダウンは、要注意

7. 信頼性設計技術

(2) 冗長系

構成要素・手段に、冗長度(余分)を持ち、一部、故障しても上位機能を維持させる

・直列系

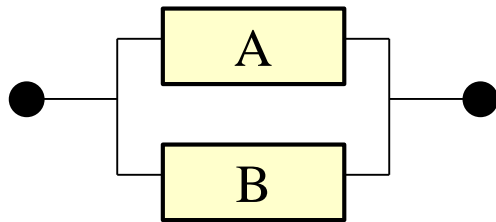


冗長のない構成

信頼度: $R_A \times R_B$

例) $0.9 \times 0.9 = 0.81$

・並列系(常用冗長系)

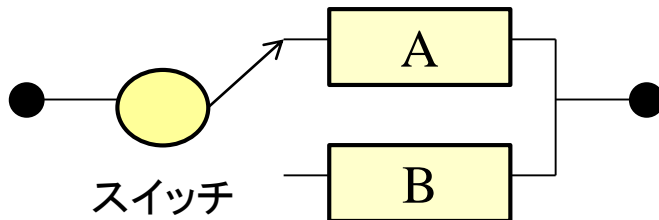


構成要素が機能的に並列に構成

信頼度: $1 - (1 - R_A) \times (1 - R_B)$

例) $1 - 0.1 \times 0.1 = 0.99$

・待機冗長系

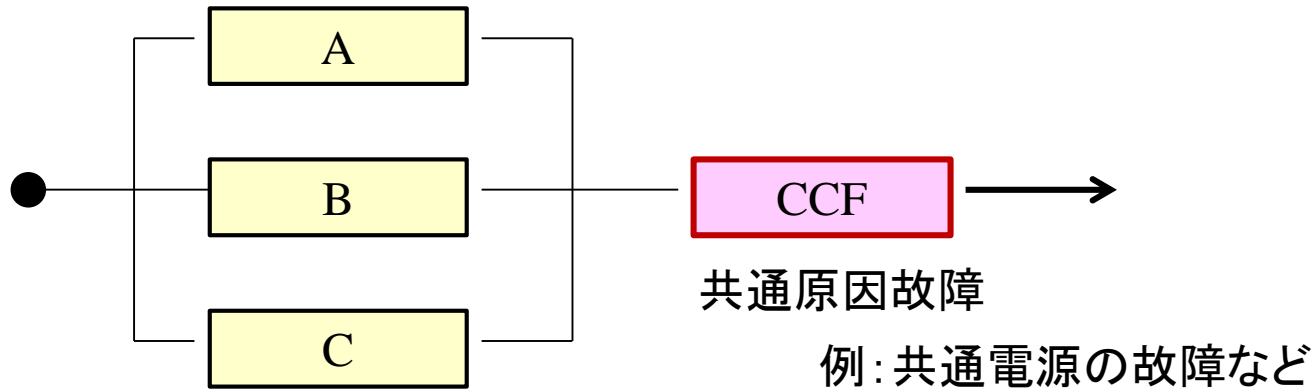


冗長系は、必要な時にスイッチで切り換えられる系

7. 信頼性設計技術

(2) 冗長系 ー 共通原因故障 (CCF: Common Cause Failure)

複数のチャンネルの同時故障 冗長系で構成しても系が故障



βファクタモデル

$$\beta = \frac{\lambda_c}{\lambda_c + \lambda_t} = \frac{\lambda_c}{\lambda_t}$$

λ_c : 共通原因故障による故障率

λ_t : 独立故障の故障率

λ_t : 全体の故障率

一般的なβの値

同一チャンネルによる冗長系	$\beta = 20\%$
部分的に異なる冗長系	$\beta = 2\%$
全体的に異なる冗長系	$\beta = 0.2\%$

7. 信頼性設計技術

(3) 余裕率、安全率、ディレーティング

○ディレーティング

部品に加わるストレスを軽減するために、定格値を下回る値で使用する。

部品の故障はストレスの累積によって引き起こされる。ストレスを軽減すれば寿命を長くできる(故障率を下げられる)。

電子部品に対する主要なストレスは、温度、電圧、電流、及び電力である。
(JIS Z 8115より)

<電子部品の経験則>

①5乗則

電圧の5乗に反比例して寿命が短くなる

②10度則

温度が10°Cあがると、寿命が半分になる

7. 信頼性設計技術

(4) フォルトトレランス

構成部品の一部が故障しても正常に処理を続行するシステム
冗長化も含まれる

(5) 周辺環境管理

温度・湿度管理 データセンターなど
結露防止対策
外部侵入の防止対策
その他

(6) ヒューマンインターフェイス配慮

人の操作ミスなどを配慮

[参考文献]

- 1) 真壁 肇編:新版 信頼性工学入門、日本規格協会、2010
- 2) 福井泰好:信頼性工学入門、森北出版、2006
- 3) 沖エンジニアリング(株)ホームページ <http://www.oeg.co.jp/semicon/burn-in.html>

終わり



ご質問、ご意見はお気軽にお寄せ下さい

ティー・エム研究所 芳賀 知

E-Mail: info_tm-lab@mbn.nifty.com

URL: <http://tm-lab.a.la9.jp/>